Л. А. Ісачанкава Г. У. Пальчык А. А. Сакольскі

ФІЗІКА

Падручнік для 9 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

Пад рэдакцыяй *А. А. Сакольскага*

2-е выданне, перапрацаванае

Зацверджана
Міністэрствам адукацыі
Рэспублікі Беларусь



Мінск
«Народная асвета»
2015

УДК 53(075.3=161.3)
ББК 22.3я721
И85

Пераклад з рускай мовы *Н. Г. Ляўчук*

Рэцэнзенты:
кафедра інжынернай фізікі ўстановы адукацыі «Віцебскі дзяржаўны ўніверсітэт імя П. М. Машэрава» (кандыдат педагагічных навук, дацэнт *І. В. Галуза*); настаўнік фізікі вышэйшай катэгорыі дзяржаўнай установы адукацыі «Гімназія № 5 г. Мінска», кандыдат фізіка-матэматычных навук *У. І. Анцулевіч*

ISBN 978-985-03-2402-3

Як працаваць з падручнікам

Перад вамі падручнік па фізіцы для 9-га класа. У ім выкладзены асновы механікі — аднаго з самых важных раздзелаў фізікі. З механікай вы пазнаёміліся ў 7-м класе. У гэтым навучальным годзе вы будзеце вывучаць механіку на больш высокім узроўні, рашаць больш складаныя задачы. Справіцца з гэтым вам дапаможа наш падручнік. Каб работа з ім прынесла больш карысці, дадзім некалькі парад.

Уважліва прачытайце зададзены вам параграф. Не завучвайце тэкст на памяць. Значна больш важным з'яўляецца разуменне сэнсу прачытанага. Старайцеся звязаць змест параграфа з матэрыялам, які быў прапанаваны настаўнікам на ўроку.

З асаблівай увагай адносьцеся да азначэнняў фізічных велічынь, фізічных законаў і формул. Усе яны вылучаны ў тэксце. Калі дадзены вывад формулы — самастойна паўтарыце яго ў сшытку.

У тэкст параграфаў уключаны пытанні. Не пакідайце без адказу ні аднаго з іх!

Звяртайце сур'ёзную ўвагу на апісанне доследаў. Многія з іх можна правесці дома. Гэта дапаможа вам лепш зразумець вывучаемыя з'явы.

Прааналізуйце галоўныя вывады кожнага параграфа. Карысна запісаць іх у сшытак і зрабіць да іх уласныя дапаўненні.

Для праверкі разумення матэрыялу пасля галоўных вывадаў дадзены кантрольныя пытанні. Абавязкова дайце адказ на кожнае з іх. У некаторых выпадках для гэтага карысна звярнуцца да дадатковых крыніц інфармацыі.

Вывучыўшы тэарэтычны матэрыял і адказаўшы на кантрольныя пытанні, неабходна рашыць задачы, дадзеныя ў практыкаванні ў канцы параграфа. Найбольш складаныя пытанні і задачы адзначаны знакам .

Калі ў вас атрымалася рашыць усе задачы, значыць, вы добра зразумелі матэрыял. Вы можаце разлічваць на дастойную ацэнку вашых ведаў настаўнікам.

У некаторых параграфах ёсць матэрыял, пазначаны злева вертыкальнай лініяй. Ён прызначаны для тых, хто імкнецца да больш глыбокіх ведаў.

Дадатковы матэрыял, надрукаваны дробным шрыфтам, можна вывучаць па жаданні.

Дадатак у канцы падручніка дапаможа вам пры выкананні лабараторных работ.

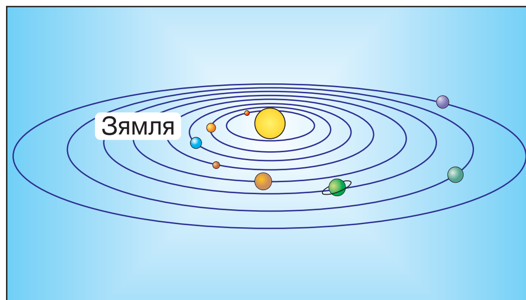
Жадаем творчых поспехаў і добрых адзнак!

Аўтары

УВОДЗІНЫ

Неад'емнай часткай нашага жыцця з'яўляецца рух. Рухаюцца людзі, аўтамабілі, самалёты, касмічныя караблі, планеты (мал. 1). Рухаюцца малекулы, атамы, электроны.

У 7-м класе вы атрымалі першыя ўяўленні аб механічным руху. У гэтым годзе мы вывучым механіку больш глыбока, закладзём падмурак для вывучэння іншых раздзелаў фізікі.



Мал. 1

§ 1. Матэрыя. Прастора і час. Механічны рух

Пры вывучэнні фізікі вы ўжо пазнаёміліся з вельмі важным паняццем — «матэрыя». ***Усё, што існуе ў навакольным свеце, і ёсць матэрыя.***

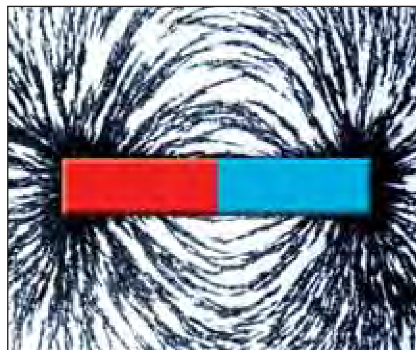
Матэрыя — гэта не толькі рэчыва (фізічныя целы і часціцы, з якіх яны складаюцца), але і фізічныя сілавыя палі: поле прыцягнення, электрычнае поле, магнітнае поле. Без уліку фізічных палёў карціна свету была б няпоўнай.

На малюнку 2 паказана зорная сістэма, якая ўтрымліваецца ад распаду полем прыцягнення.

Малюнак 3 сведчыць аб дзеянні магнітнага поля на жалезныя апілкі.



Мал. 2



Мал. 3

У навакольным свеце ўсё безупынна змяняецца. І ў Сусвеце (*мегасвеце*), і ў целах вакол нас (*макрасвеце*), і ў атамах і элементарных часціцах (*мікрасвеце*) увесь час адбываюцца розныя з'явы. Перамяшчаюцца нябесныя і зямныя целы, узнікаюць успышкі на Сонцы, змяняюцца ціск і тэмпература паветра, адбываюцца хімічныя рэакцыі, растуць і развіваюцца жывыя арганізмы, распадаюцца радыеактыўныя ядры атамаў і г. д.

«Усё цячэ, усё змяняецца. Немагчыма ўвайсці два разы ў адну і тую ж раку», — гаварыў старажытнагрэчаскі філосаф Геракліт. Безупыннае змяненне, што адбываецца ў навакольным свеце, — адна з асноўных уласцівасцей матэрыі.

Найбольш простай формай гэтых змяненняў з'яўляецца **механічны рух — змяненне становішча адных цел адносна іншых у прасторы з цягам часу**.

Навука, якая вывучае механічны рух, называецца механікай.

Слова «механіка» паходзіць ад грэчаскага mēchanikē — машына.

Мэта механікі — вызначэнне заканамернасцей механічнага руху і прычын, якія яго выклікаюць.

Навошта ж вывучаць механіку?

Па-першае, законы механікі надзвычай важныя для чалавечай дзейнасці.

Ад сучасных фабрык і заводаў да навуковых лабараторый — усюды выкарыстоўваюцца розныя машыны і механізмы (мал. 4), якія выконваюць складаныя рухі. Без глыбокага разумення законаў механікі сканструяваць такія ўстройствы немагчыма.



Мал. 4



Мал. 5

Выкарыстанне законаў механікі неабходна пры вырабе аўтамабіляў, караблёў, самалётаў, будаўніцтве дамоў, мастоў (мал. 5), пры складанні прагнозаў надвор'я, у касмічных даследаваннях. Разлікі, якія грунтуюцца на законах механікі, неабходны і для дасягнення высокіх спартыўных рэзультатаў.

Па-другое, не ведаючы законаў механікі, немагчыма растлумачыць асноўныя фізічныя з'явы: цеплавыя, электрычныя, магнітныя і г. д. Усе яны суправаджаюцца рухам часціц.

Механіка — аснова ўсёй фізікі.

Асноўнымі раздзеламі механікі з'яўляюцца *кінематыка*, якая адказвае на пытанне, *як* рухаюцца целы, і *дынаміка*, якая выяўляе *прычыны* руху і тлумачыць, *чаму* целы рухаюцца так, а не інакш.

Як было сказана, механічны рух — гэта перамяшчэнне адных цел адносна іншых у прасторы з цягам часу.

Паняцці **прастора** і **час** адыгрываюць у фізіцы выключна важную ролю. Усё, што існуе ў матэрыяльным свеце, існуе ў прасторы і ў часе.

Усякае цела займае пэўную частку прасторы і пэўнае месца ў адносінах да іншых цел. Электрычнае і іншыя палі таксама знаходзяцца ў тым або іншым абсягу прасторы.

Час служыць для апісання змяненняў, якія адбываюцца ў матэрыяльным свеце. Адна падзея адбываецца раней, другая — пазней, адна з'ява адбываецца працяглы час, другая — займае менш часу.

Даць дакладнае азначэнне паняццяў прасторы і часу складана. Мы мяркуем аб іх з дапамогай нашых органаў пачуццяў і вымяральных прыбораў.


а


б

Мал. 6

Час вымяраюць з дапамогай гадзіннікаў (мал. 6, *а*), секундамераў, хронометраў. Сучасныя атамныя гадзіннікі (мал. 6, *б*) вымяраюць час з дакладнасцю да 10^{-16} с. Такія гадзіннікі могуць спяшацца або спазняцца на адну секунду не раней чым праз сотні мільёнаў гадоў!

Фізіка мае справу з прамежкамі часу ад надзвычай малых — 10^{-24} с (у ядзернай фізіцы) — да мільярдаў гадоў (у фізіцы космасу). Такі ж велізарны і дыяпазон адлегласцей — ад памераў ядзер (10^{-15} м) да маштабаў Сусвету (10^{26} м).

Галоўныя вывады

1. *Матэрыя* — гэта рэчыва і фізічныя сілавыя палі. Матэрыя існуе ў прасторы і ў часе.

2. *Механічны рух* — гэта змяненне становішча цела ў прасторы адносна іншых цел з цягам часу.

3. *Мэта механікі* — вызначэнне заканамернасцей механічнага руху і яго прычын.

4. *Кінематыка* апісвае, як рухаюцца целы, а *дынаміка* выяўляе прычыны руху.

Кантрольныя пытанні

1. Што разумеюць пад матэрыяй у фізіцы?
2. Якая ўласцівасць матэрыі з'яўляецца адной з асноўных?
3. Што такое механічны рух?
4. Што вывучае механіка? Кінематыка? Дынаміка?
5. Чаму для людзей важныя законы механікі? У якіх галінах чалавечай дзейнасці яны выкарыстоўваюцца?

1 Кінематыка

Ці можа ваша перамяшчэнне быць роўным нулю, калі пройдзены шлях нулю не роўны?

Як, седзячы ў вагоне цягніка, які рухаецца, вызначыць скорасць яго руху?

Плывец знаходзіцца побач з плытом, які плыве па рацэ. Што зойме ў плыўца больш часу: адплыць ад плыта на 20 м па цячэнні або супраць яго?





§ 2. Задача кінематыкі. Віды механічнага руху

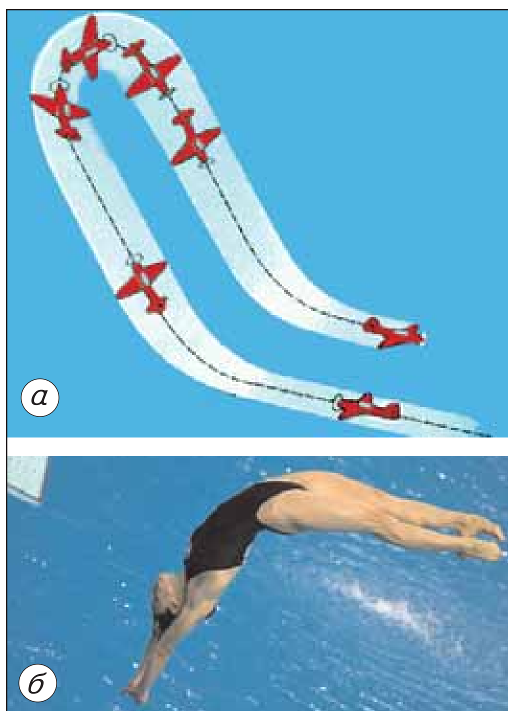
Вывучэнне механікі пачынаецца з кінематыкі. Паняцці кінематыкі ляжаць у аснове ўсёй фізікі. У чым заключаецца задача кінематыкі? Якія мадэлі яна выкарыстоўвае?

Гаворачы, што аўтамабіль спачатку ехаў прама, затым павярнуў направа і неўзабаве спыніўся, мы словамі апісваем тое, як рухаўся аўтамабіль.

Для такой дакладнай навукі, як фізіка, гэтага недастаткова.

Задача кінематыкі — даць матэматычна строгае, колькаснае апісанне руху цел.

У 7-м класе вы вывучалі самы просты від руху — прамалінейны рух. Рух рэальных цел можа быць вельмі складаным. Паназірайце за самалётам, які выконвае фігуры вышэйшага пілатажу (мал. 7, *а*), або за чалавекам, які скача з вышкі ў ваду (мал. 7, *б*).



Мал. 7

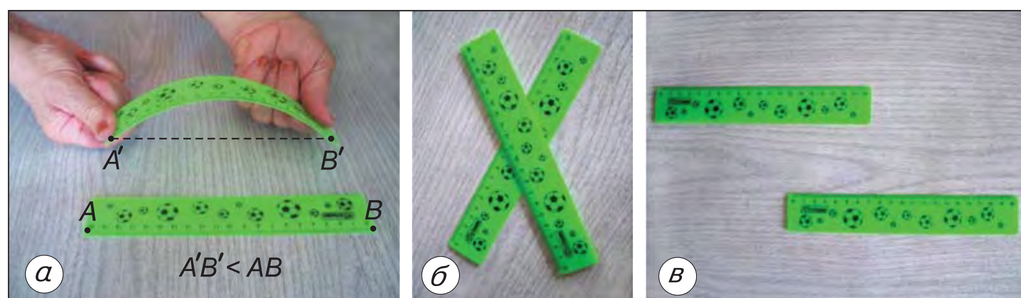
Якім чынам кінематыка апісвае такія складаныя рухі?

Кінематыка прадстаўляе складаны рух як рух, які складаецца з трох асноўных рухаў. Што ж сабой уяўляюць гэтыя асноўныя рухі?

Пачнём з таго, што кожнае цела ў кожны момант часу валодае некаторай *геаметрычнай формай*, пэўным чынам *арыентавана ў прасторы* і займае ў ёй некаторае *месца*.

Правядзём дослед са звычайнай лінейкай. Лінейку можна сагнуць (змяніць яе форму) (мал. 8, *а*), лінейку можна павярнуць (г. зн. сарыентаваць інакш адносна стала) (мал. 8, *б*) і, нарэшце, лінейку можна перанесці ў іншае месца без змянення формы і арыентацыі ў прасторы (мал. 8, *в*).

Значыць, і форма, і арыентацыя ў прасторы, і месцазнаходжанне цела з



Мал. 8

цягам часу могуць змяняцца. Кожнаму з гэтых змяненняў адпавядае адзін з *трох відаў механічнага руху*.

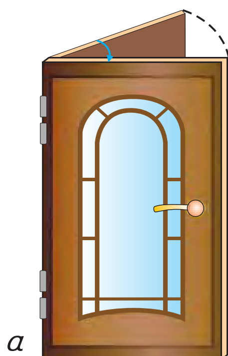
1. Працэс змянення формы і (або) аб'ёму цела называецца *дэфармаваннем* (ад лац. deformatio — скажэнне). Пры дэфармаванні цела змяняюцца адлегласці паміж яго пунктамі (гл. мал. 8, *а*).

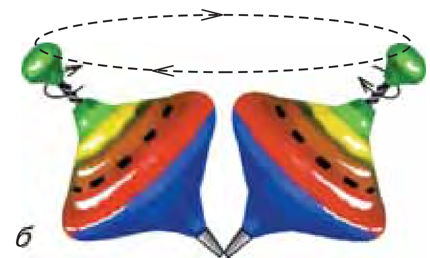
Дэфармаваць адны целы вельмі лёгка (расцягнуць спружыну, сагнуць лінейку, скамячыць кавалак пластыліну). Другія — значна цяжэй (стальны шарык, кавалак граніту і г. д.). Целы, якія зусім не дэфармуюцца, не існуюць.

2. Змяненне арыентацыі цела ў прасторы называецца паваротам, а рух, які пры гэтым адбываецца, — *вярчальным рухам* цела.

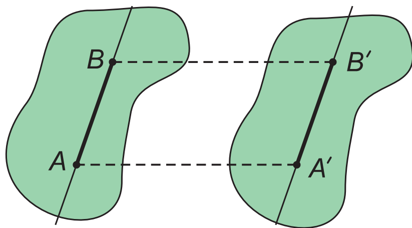
Самы просты выпадак вярчальнага руху — вярчэнне вакол нерухомай восі (паварот адчыняемых дзвярэй (мал. 9, *а*), вярчэнне дыска ў дыскаводзе і г. д.).

У больш складаных выпадках, такіх як рух самалёта (гл. мал. 7, *а*), ваўчка (мал. 9, *б*), вярчэнне адбываецца вакол восі, якая таксама змяняе свой напрамак у прасторы.





Мал. 9



Мал. 10



Мал. 11

3. Перамяшчэнне цела без дэфармавання і павароту называюць *паступальным рухам*.

Пры паступальным руху (гл. мал. 8, *в*) прамая, якая праходзіць праз любыя два пункты цела, застаецца паралельнай свайму першапачатковаму становішчу (мал. 10).

Паступальны рух можа быць як прамалінейным, так і крывалінейным (мал. 11). Траекторыі пунктаў цела, якое рухаецца паступальна, аднолькавыя. Яны толькі зрушаны адна адносна адной (гл. мал. 11).

У агульным выпадку рух цела ўяўляе сабой рэзультат складання трох рухаў: дэфармавання, вярчэння і паступальнага руху.

У многіх задачах дэфармаванне цела можна не прымаць у разлік. У такіх выпадках выкарыстоўваюць мадэль *абсалютна цвёрдага цела*, г. зн. цела, *у якога адлегласць паміж любымі яго пунктамі не змяняецца*.

Рух абсалютна цвёрдага цела зводзіцца да паступальнага перамяшчэння і вярчэння.

Калі ж у задачы і дэфармаванне, і вярчэнне цела можна не прымаць у разлік, то застаецца разгледзець толькі яго паступальны рух. Значыць, для такіх задач дастаткова вывучыць рух толькі аднаго з пунктаў цела, г. зн. выкарыстаць мадэль *матэрыяльнага пункта*.



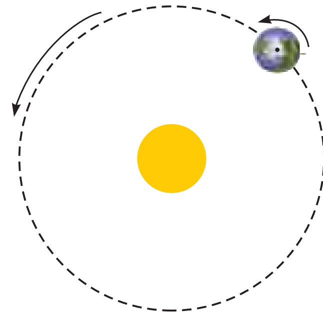
Мал. 12

Матэрыяльным пунктам называюць цела, памеры якога ў дадзенай задачы можна не прымаць у разлік.

Менавіта ад пастаўленай задачы залежыць, ці можна лічыць дадзенае рэальнае цела матэрыяльным пунктам. Напрыклад, калі нас цікавіць рух крылаў матылька (мал. 12), то яго нельга разглядаць як ма-

тэрыяльны пункт. У той жа час Зямлю можна лічыць матэрыяльным пунктам (мал. 13), калі цікавіцца яе рухам вакол Сонца (а не вярчэннем вакол сваёй восі).

Пры рашэнні канкрэтнай задачы механікі выбіраюць тую мадэль (дэфармаванае цела, абсалютна цвёрдае цела, матэрыяльны пункт), якая дадзенай задачы найбольш адпавядае.



Мал. 13

Не трэба забываць, што матэрыяльны пункт — гэта толькі мадэль рэальнага цела. Рэальных аб'ектаў, якія б паводзілі сябе дакладна гэтаксама, як матэрыяльны пункт, не існуе ні ў макрасвеце, ні ў мікрасвеце. У макрасвеце — таму што *ўсе макраскапічныя целы маюць працягласць, могуць дэфармавацца і вярцецца*. У мікрасвеце — таму што *мікрачасціцы наогул не маюць пэўнай траекторыі*.

Да такога нечаканага вываду фізікі прыйшлі, праводзячы і аналізуючы доследы з мікрачасціцамі. У выніку гэтага к 1930 г. была створана *квантавая механіка* — навука, здольная апісаць і растлумачыць, як рухаюцца мікрачасціцы.

Галоўныя вывады

1. Задача кінематыкі — матэматычна строгае апісанне механічнага руху цел.
2. У агульным выпадку рух цела ёсць рэзультат складання трох рухаў: дэфармавання, вярчэння і паступальнага руху.
3. Калі дэфармаванне і вярчэнне цела нязначныя, то можна выкарыстаць мадэль матэрыяльнага пункта.
4. Матэрыяльным пунктам называюць цела, памеры якога ў дадзенай задачы можна не прымаць у разлік.

Кантрольныя пытанні

1. У чым заключаецца задача кінематыкі?
2. Якія віды механічнага руху вам вядомы?
3. Якія мадэлі рэальнага цела выкарыстоўваюцца ў механіцы?
4. Што такое абсалютна цвёрдае цела? Пры якіх умовах рэальнае цела можна разглядаць як абсалютна цвёрдае?
5. Які рух называюць вярчальным? Паступальным?
6. Ці можа паступальны рух быць крывалінейным?
7. Пры якіх умовах рэальнае цела можна разглядаць як матэрыяльны пункт?

§ 3. Адносна́сць руху. Сістэма адліку

Вы седзіце ў крэсле самалёта, які ляціць са скорасцю $v = 900\ \frac{км}{г}$. Рухаецеся вы ці знаходзіцеся ў спакоі? Адзін чалавек адкажа, што вы рухаецеся, а другі — што вы знаходзіцеся ў стане спакою. Хто з іх мае рацыю?

Абодва маюць рацыю. Пасажыр, які сядзіць у крэсле самалёта, адносна Зямлі рухаецца, а адносна самалёта знаходзіцца ў стане спакою.

Цела, адносна якога разглядаецца рух іншых цел, называецца *целам адліку*. Цела адліку ўмоўна прымаецца за нерухомае.

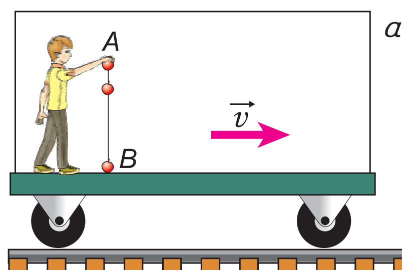
Калі ў разгледжаным прыкладзе за цела адліку прынята Зямля, то самалёт і яго пасажыры рухаюцца. Калі за цела адліку прыняты самалёт, то пасажыры знаходзяцца ў стане спакою, а Зямля рухаецца.

Паняцці і велічыні, якія залежаць ад выбару цела адліку, называюць адноснымі.

Такім чынам, «стан спакою» і «стан руху» — паняцці адносныя.

А ці адносныя скорасць руху, траекторыя, шлях?

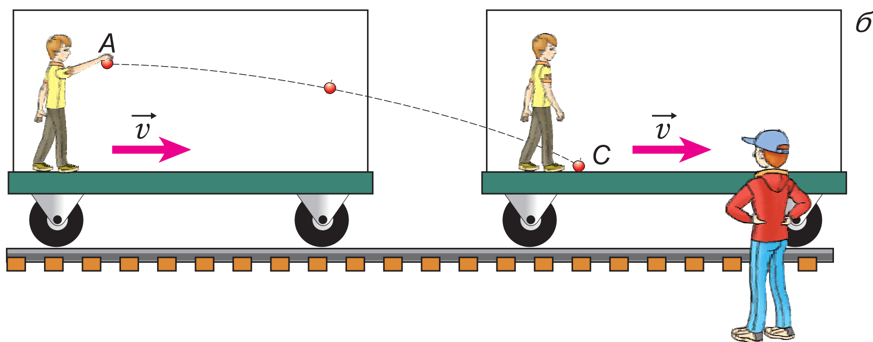
У нашым прыкладзе скорасць руху авіяпасажыра адносна Зямлі роўна $v = 900\ \frac{км}{г}$, а адносна самалёта — нулю. Значыць, скорасць — велічыня адносная.



Пераканаемся, што адносная і траекторыя руху.

Разгледзім другі прыклад. Вагон рухаецца з пастаяннай скорасцю па прамалінейным участку дарогі. Якая ж траекторыя руху яблыка, які падае з рук чалавека, што знаходзіцца ў вагоне?

Траекторыя руху яблыка адносна вагона — гэта вертыкальная прамая *AB* (мал. 14, *а*).



Мал. 14

А адносна чалавека, які стаіць на платформе, траекторыя яблыка — гэта крывая лінія *AC* (мал. 14, *б*). Значыць, траекторыя руху цела — паняцце адноснае.

Адносныя і паняцці «прамалінейны рух» і «крывалінейны рух».

А ці будзе адносны шлях? Лёгка падлічыць, што калі целам адліку служыць Зямля, то ў першым прыкладзе шлях авіяпасажыра за адну мінуту палёту роўны 15 км. Калі ж за цела адліку прыняты самалёт, то шлях авіяпасажыра роўны нулю.

Шлях залежыць ад выбару цела адліку і ў прыкладзе з яблыкам. Такім чынам, шлях таксама велічыня адносная.

Зробім вывад. **Асноўныя характарыстыкі руху: скорасць, траекторыя, шлях — адносныя.** Яны залежаць ад выбару цела адліку.

Няхай цела адліку выбрана. Што яшчэ неабходна для апісання руху цел (яблыка, самалёта, ракеты і г. д.)?

Успомнім, што механічны рух — гэта змяненне становішча цела ў прасторы з цягам часу. Значыць, неабходна мець устройствы для вызначэння становішча цела і для вымярэння часу.

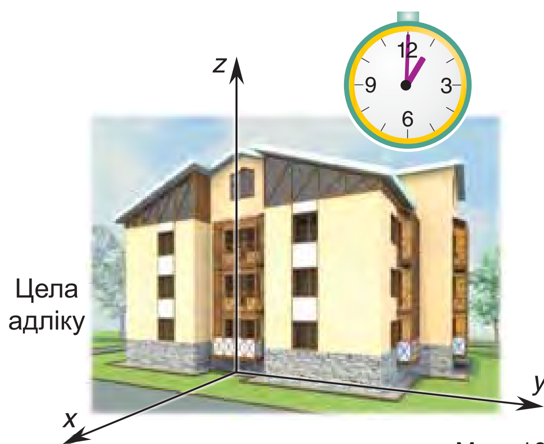
Напрыклад, для таго каб сачыць за рухам самалётаў адносна Зямлі, выкарыстоўваюць радыёлакацыйныя станцыі. Яны абсталяваны ўстаноўкамі для вызначэння становішча аб'ектаў — радарамі і апаратурай для вымярэння часу (мал. 15).

Цела адліку, забяспечанае ўстройствамі для вызначэння становішча іншых цел і для вымярэння часу, называецца *сістэмай адліку*.

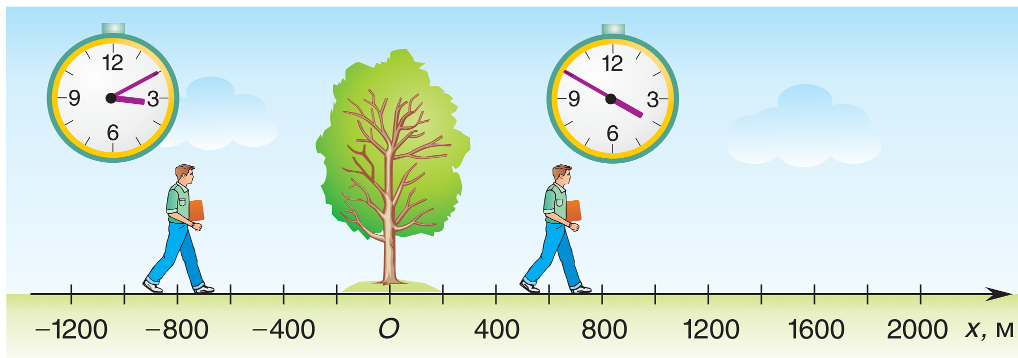
Мы будзем выкарыстоўваць сістэму адліку, якая складаецца з цела адліку, жорстка звязанай з ім сістэмы каардынат і гадзінніка (мал. 16).



Мал. 15



Мал. 16

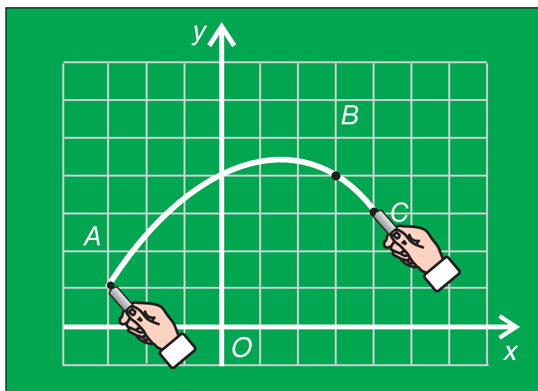


Мал. 17

Пакажам на прыкладах, як з дапамогай сістэмы адліку апісваецца рух цел (разглядаемых як матэрыяльныя пункты).

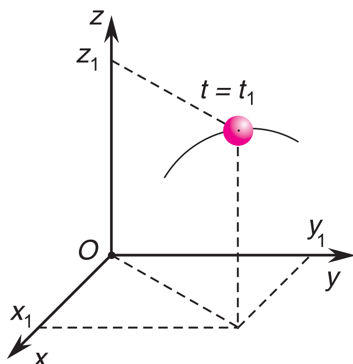
Прыклад 1. Рух пешахода па прамалінейным участку дарогі. За цела адліку выбрана Зямля. Вось каардынат *Ox* накіравана ўздоўж разглядаемага ўчастка ўправа (мал. 17). За пачатак каардынат узяты пункт *O* каля ствала дрэва. У момант часу $t_1 = 3$ г 10 мін становішча пешахода вызначалася каардынатай $x_1 = -800$ м. У момант часу $t_2 = 3$ г 50 мін яго каардыната стала роўнай $x_2 = 600$ м і г. д. Такім чынам, для апісання руху цела па прамой дастаткова для кожнага моманту часу паказаць значэнне толькі адной каардынаты.

Прыклад 2. Рух кавалка крэйды па школьнай дошцы (мал. 18). Гэта рух па плоскасці. Каб вызначыць становішча кавалка крэйды на плоскасці, адной каардынаты недастаткова. Выкарыстаем дзве каардынатныя восі *Ox* і *Oy* (гл. мал. 18).



Мал. 18

У пачатковы момант часу $t_1 = 0$ крэйда знаходзілася ў пункце *A* з каардынатамі: $x_1 = -3$ дм, $y_1 = 1$ дм. У момант часу $t_2 = 3$ с — у пункце *B* ($x_2 = 3$ дм, $y_2 = 4$ дм) і г. д. Значыць, для апісання руху цела па плоскасці трэба выкарыстоўваць дзве каардынатныя восі і ў кожны момант часу ведаць дзве каардынаты цела, якое рухаецца.



Мал. 19



Мал. 20

Прыклад 3. Рух цела ў прасторы (мяча, птушкі, ракеты). У гэтым выпадку для апісання руху неабходны тры каардынатныя восі — Ox, Oy, Oz (мал. 19).

Галоўныя вывады

1. Рух і спакой, а таксама асноўныя характарыстыкі механічнага руху — паняцці адносныя. Яны залежаць ад выбару сістэмы адліку.

2. Цела адліку — гэта цела, адносна якога разглядаецца рух іншых аб'ектаў.

3. Цела адліку, звязанае з ім сістэма каардынат і гадзіннік утвараюць сістэму адліку.

4. Рух матэрыяльнага пункта вызначаецца залежнасцю яго каардынат ад часу.

Кантрольныя пытанні

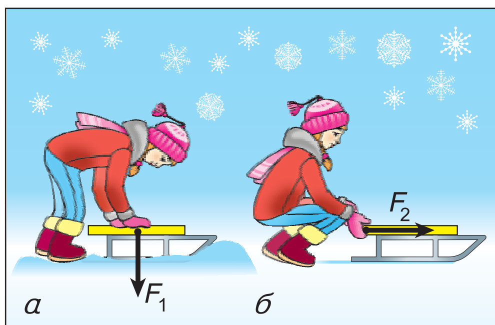
1. Як разумець сцвярджэнне: «Механічны рух адносны»?
2. Якія характарыстыкі руху адносныя? Растлумачце чаму.
3. Што такое цела адліку? Што разумеюць пад сістэмай адліку?
4. Чым вызначаецца выбар сістэмы каардынат? Пакажыце на прыкладах.



5. Героі рамана Р. Стывенсана «Востраў скарбаў» шукаюць скарб легендарнага пірата капітана Флінта. Вызначыце каардынаты скарба, выкарыстаўшы малюнак 20 і наступныя ўказанні. *Адысці на сто футаў ад дрэва ў напрамку ценю ў поўдзень. Павярнуць на захад. Прайсці дваццаць ярдаў. Капаць на глыбіню дзевяноста дзюймаў.* Востраў знаходзіцца ў Паўночным паўшар'і Зямлі. 1 ярд = 3 футы = 36 дзюймаў = 91,44 см. Выберыце цела адліку і сістэму каардынат. Зрабіце чарцёж.

§ 4. Скалярныя і вектарныя велічыні. Дзеянні над вектарамі

У курсе фізікі мы разглядалі розныя велічыні. Для вызначэння адных (масы, шляху, тэмпературы) дастаткова ведаць лікавае значэнне і адзінку вымярэння. Напрыклад, $m = 25$ кг, $s = 10$ км. *Такія фізічныя велічыні называюцца* ***скалярнымі****. Для іншых велічынь неабходна ведаць яшчэ і* ***напрамак****. Іх называюць* ***вектарнымі****. Вектарнай, напрыклад, з'яўляецца вядомая вам фізічная велічыня — сіла. Чаму?*



Мал. 21

На малюнку 21, *а*, *б* дзяўчынка дзейнічае на санкі сілай, якая мае адно і тое ж лікавае значэнне. Але ў першым выпадку санкі толькі мацней пагрузлі ў снег, а ў другім — пачалі рухацца. Значыць, сіла вызначаецца не толькі лікавым значэннем, але і *напрамкам*. Сіла — велічыня *вектарная*.

Вектарнай велічынёй з'яўляецца і скарасць руху (падумайце чаму), і многія іншыя фізічныя велічыні.

Што трэба ведаць аб вектарных велічынях?

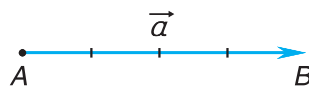
1. Вектарныя велічыні (вектары) характарызуюцца лікавым значэннем і напрамкам у прасторы.

Вектар паказваюць у выглядзе накіраванага адрэзка (стрэлкі). Стрэлка паказвае, куды накіраваны вектар. Даўжыня стрэлкі вызначае лікавае значэнне вектара (мал. 22).

Вектар абазначаюць літарай, над якой пастаўлена стрэлка, напрыклад $\vec{a}$. Яго можна абазначыць таксама дзвюма літарамі са стрэлкай над імі, напрыклад $\overrightarrow{AB}$, дзе пункт A — *пачатак вектара*, точка B — *канец вектара* (гл. мал. 22).

Лікавае значэнне вектара называецца *модулем*.

Модуль вектара абазначаюць літарай без стрэлкі або сімвалам |...|. Напрыклад, на малюнку 22 модуль вектара $\vec{a}$ роўны $a = |\vec{a}| = |\overrightarrow{AB}| = 4.$

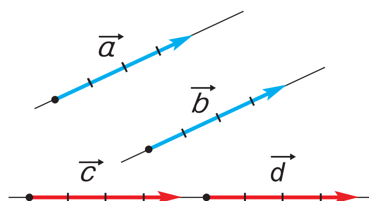


Мал. 22

Модуль любога (не роўнага нулю) вектара — лік дадатны.

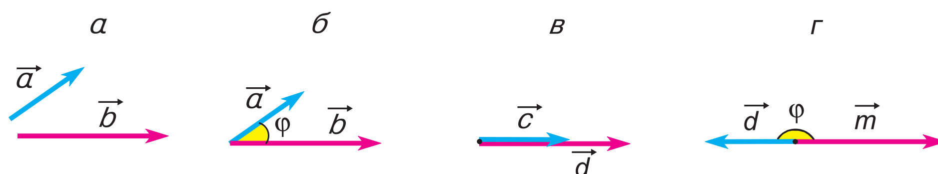
2. Вектары роўныя паміж сабой, калі роўныя іх модулі і аднолькавыя іх напрамкі.

Роўныя вектары ляжаць на адной і той жа прамой або на паралельных прамых і накіраваны ў адзін і той жа бок. На малюнку 23 $\vec{a} = \vec{b}$, $\vec{c} = \vec{d}$. Аднак $\vec{a} \neq \vec{c}$, хоць модулі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{c}$ аднолькавыя. Адной толькі роўнасці модуляў для роўнасці вектараў недастаткова.



Мал. 23

3. Вугал паміж вектарамі. Каб знайсці вугал φ паміж вектарамі $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (мал. 24, *а*), патрэбна сумясціць пачаткі гэтых вектараў (мал. 24, *б*). Калі напрамкі гэтых вектараў аднолькавыя, то $\varphi = 0°$ (мал. 24, *в*), калі процілеглыя, то $\varphi = 180°$ (мал. 24, *г*).



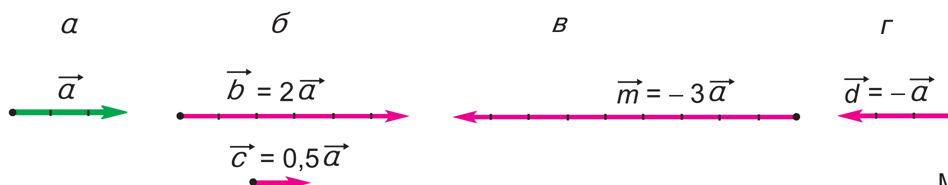
Мал. 24

4. Множанне вектара на лік. Здабытак вектара $\vec{a}$ на лік β ёсць вектар $\vec{b} = \beta\vec{a}$. Чаму роўны модуль вектара $\vec{b}$? Куды ён накіраваны?

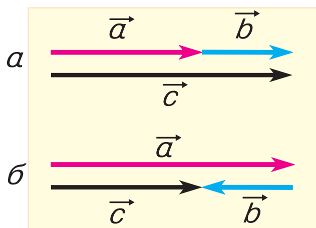
- *Модуль* вектара $\vec{b}$ роўны $b = |\beta| \cdot a$.
- *Напрамак* вектара $\vec{b}$ супадае з напрамкам вектара $\vec{a}$, калі $\beta > 0$, і процілеглы вектару $\vec{a}$, калі $\beta < 0$.

Разгледзьце ўважліва малюнак 25. Вы бачыце, што, памножыўшы вектар $\vec{a}$ на 2, мы павялічылі яго ў два разы, а памножыўшы на 0,5, — у два разы паменшылі (гл. мал. 25, *а*, *б*). Пры множанні на (–3) модуль вектара павялічваецца ў тры разы і вектар паварочваецца на 180° (гл. мал. 25, *а*, *в*).

5. Процілеглыя вектары. Вектар $\vec{d}$ называецца *процілеглым* вектару $\vec{a}$, калі $\vec{d} = -\vec{a}$. У вектараў $\vec{d}$ і $\vec{a}$ аднолькавыя модулі, але процілеглыя напрамкі (гл. мал. 25, *а*, *г*).



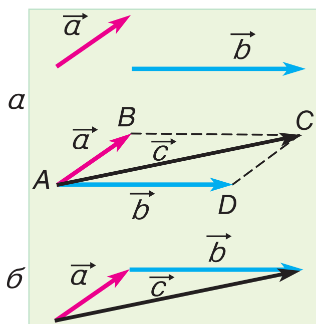
Мал. 25



Мал. 26

6. Складанне вектараў. Калі вектары $\vec{a}$ і $\vec{b}$ накіраваны аднолькава, то іх сума — гэта вектар $\vec{c}$ таго ж напрамку, які мае модуль $c = a + b$ (мал. 26, *а*). Калі ж напрамкі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ процілеглыя (мал. 26, *б*), то іх сума — вектар $\vec{c}$ накіраваны так, як вектар, модуль якога большы. Пры гэтым модуль вектара $\vec{c}$ роўны рознасці модуляў вектараў, якія складаюцца.

А як скласці вектары, накіраваныя пад любым вуглом адзін да аднаго?

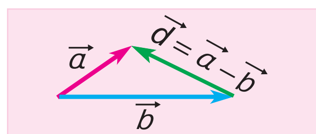


Мал. 27

а) Правіла паралелаграма. Сумесцім пачаткі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (мал. 27, *а*). Пабудуем паралелаграм *ABCD*, прымаючы вектары $\vec{a}$ і $\vec{b}$ за яго стораны. Сумай вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ з'яўляецца вектар $\vec{c}$, які супадае з дыяганаллю *AC* паралелаграма: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

б) Правіла трохвугольніка. Сумесцім канец вектара $\vec{a}$ і пачатак вектара $\vec{b}$ (мал. 27, *б*). Вектар $\vec{c}$, праведзены з пачатку вектара $\vec{a}$ ў канец вектара $\vec{b}$, роўны суме $\vec{a} + \vec{b}$.

Параўнаўшы малюнкі 27, *а* і 27, *б*, дакажыце, што правіла трохвугольніка вынікае з правіла паралелаграма.



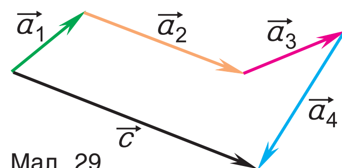
Мал. 28

7. Адніманне вектараў. Сумесцім пачаткі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (мал. 28). Правядзём вектар $\vec{d}$ з канца *аднімаемага* вектара $\vec{b}$ у канец *памяншаемага* вектара $\vec{a}$ (гл. мал. 28). Вектар $\vec{d}$ ёсць шукаемая рознасць: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

Знайдзіце самастойна вектар $\vec{f} = \vec{b} - \vec{a}$. Чым адрозніваюцца вектары $\vec{d}$ і $\vec{f}$?

Праверце на прыкладах, што $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$. Значыць, рознасць $\vec{a} - \vec{b}$ можна знайсці, калі да вектара $\vec{a}$ дадаць вектар, процілеглы вектару $\vec{b}$.

8. Правіла многавугольніка. Каб знайсці суму некалькіх вектараў (напрыклад, $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{a}_3$, $\vec{a}_4$), кожны наступны вектар трэба праводзіць з канца папярэдняга (мал. 29).



Мал. 29

Заключны вектар $\vec{c}$, праведзены з пачатку першага вектара $\vec{a}_1$ ў канец апошняга $\vec{a}_4$, ёсць сума дадзеных вектараў: $\vec{c} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4$. Такі спосаб складання называецца *правілам многавугольніка*. Яно вынікае з правіла трохвугольніка.

9. Модуль сумы вектараў. Не блытайце *модуль сумы* вектараў, г. зн. $|\vec{a} + \vec{b}|$ і *суму іх модуляў* $|\vec{a}| + |\vec{b}|$. Роўнасць $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ выконваецца толькі для аднолькава накіраваных вектараў. У астатніх выпадках $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a}| + |\vec{b}|$: модуль сумы меншы за суму модуляў. Так атрымліваецца таму, што ў любым трохвугольніку (гл. мал. 27, *б*) даўжыня адной стараны меншая за суму даўжынь дзвюх другіх старон. Праверце гэта на прыкладах.

10. Нуль-вектар. Няхай вектар $\vec{a}$ роўны вектару $\vec{b}$. Тады іх рознасць $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$. Нуль-вектар $\vec{0}$ не мае напрамку, а яго модуль роўны нулю: $|\vec{0}| = 0$.

Галоўныя вывады

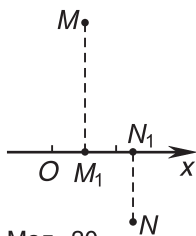
1. Вектарныя велічыні характарызуюцца лікавым значэннем і напрамкам, скалярныя — толькі лікавым значэннем.
2. Суму двух вектараў знаходзяць па правіле паралелаграма або трохвугольніка.
3. Рознасць двух вектараў знаходзяць, праводзячы вектар з канца аднімаемага вектара ў канец памяншаемага вектара (пры сумешчаных пачатках вектараў).
4. Рознасць вектараў $\vec{a} - \vec{b}$ можна знайсці як суму $\vec{a} + (-\vec{b})$.
5. Здабытак вектара $\vec{a}$ на лік β ёсць вектар $\vec{b} = \beta\vec{a}$. Яго напрамак супадае з напрамкам вектара $\vec{a}$, калі $\beta > 0$, і процілеглы вектару $\vec{a}$, калі $\beta < 0$. Модуль вектара $\vec{b}$ роўны $b = |\beta| \cdot a$.

Кантрольныя пытанні

1. У чым адрозненне паміж вектарнымі і скалярнымі велічынямі?
2. У якім выпадку вектары $\vec{a}$ і $\beta\vec{a}$ аднолькава накіраваны? Процілегла накіраваны?
3. Ці можа модуль вектара $\beta\vec{a}$ быць меншым за модуль вектара $\vec{a}$? У якім выпадку?
4. Як скласці два аднолькава накіраваныя вектары? Два вектары процілеглых напрамкаў?
5. Як знайсці суму вектараў па правіле трохвугольніка? Паралелаграма?
6. Як знайсці рознасць двух вектараў? Пакажыце, што адніманне вектараў ёсць дзеянне, адваротнае складанню.
7. Які сэнс мелі б вектары $\overrightarrow{BD}$ і $\overrightarrow{DB}$ на малюнку 27, *а*?

§ 5. Праекцыя вектара на вось

Вы ўжо ведаеце, што вектар мае модуль і напрамак. Пры рашэнні задач часта выкарыстоўваецца панящце ***праекцыя вектара*** *на вось. Што такое праекцыя вектара? Якія яе ўласцівасці?*



Мал. 30

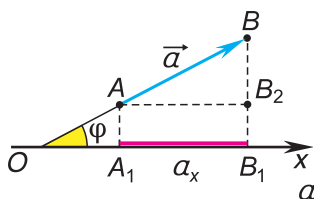
Пачнём з паняцця *праекцыя **пункта** на вось*. **Праекцыя пункта — гэта аснова перпендыкуляра, праведзенага з дадзенага пункта на вось.** На малюнку 30 пункт M_1 — гэта праекцыя пункта M на вось Ox, пункт N_1 — праекцыя пункта N на гэту вось.

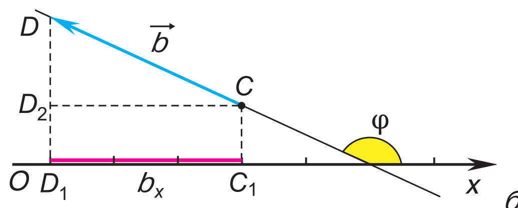
А што такое *праекцыя **вектара** на вось*?

Праекцыя вектара на вось — гэта даўжыня адрэзка паміж праекцыямі пачатку і канца вектара на гэту вось, узятая са знакам «+» або «–». Знак «+» бяруць, калі вугал паміж вектарам і воссю востры, а знак «–» — калі вугал тупы.

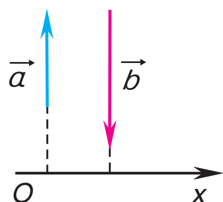
Абазначаць праекцыю вектара будзем той жа літарай, што і вектар, але з індэксам унізе (напрыклад, a_x — праекцыя вектара $\vec{a}$ на вось Ox).

На малюнку 31, *а* вугал φ паміж вектарам і воссю Ox востры, а на малюнку 31, *б* вугал φ — тупы. Таму праекцыя вектара $\vec{a}$ на вось Ox дадатная ($a_x = A_1B_1 > 0$), а праекцыя вектара $\vec{b}$ — адмоўная ($b_x = -D_1C_1 < 0$).





Мал. 31



Мал. 32

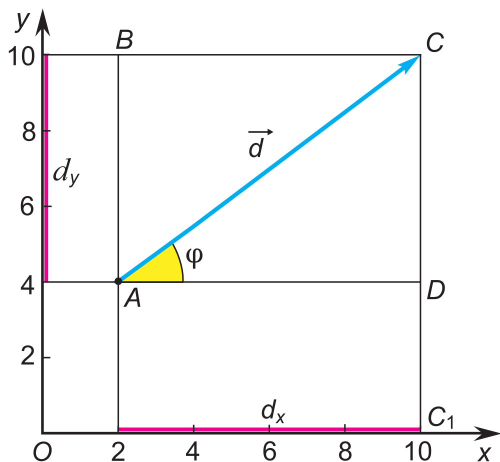
А калі вектар перпендыкулярны восі? Тады праекцыя вектара роўна нулю (мал. 32).

Праекцыю вектара можна выразіць праз яго модуль і вугал паміж вектарам і воссю.

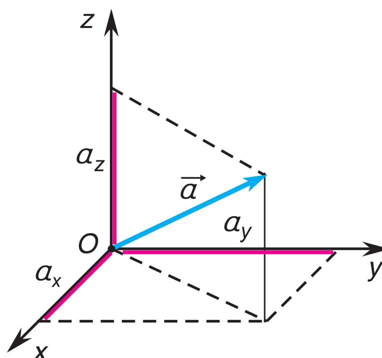
На малюнку 31, *а* ў трохвугольніку ABB_2 гіпатэнуза $AB = a$, катэт $AB_2 = a_x$, а вугал паміж імі роўны φ. Значыць,

$$a_x = a \cos \varphi. \qquad (1)$$

Праекцыя вектара на вось роўна модулю вектара, памножанаму на косінус вугла паміж вектарам і воссю.



Мал. 33



Мал. 34

Гэта правіла выконваецца пры любых значэннях вугла φ.

Для тупых вуглоў (гл. мал. 31, *б*) $\cos\varphi < 0$, і па формуле $b_x = b\cos\varphi$ атрымаецца $b_x < 0$ (як і павінна быць па азначэнні праекцыі).

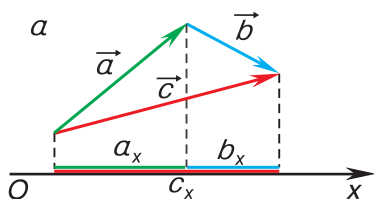
А ці можна знайсці модуль і напрамак вектара па яго праекцыях на каардынатныя восі?

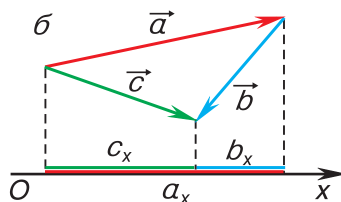
Разгледзім вектар $\vec{d} = \overrightarrow{AC}$, які ляжыць у плоскасці xOy (мал. 33). Яго праекцыі на восі Ox і Oy лёгка вызначыць з малюнка: $d_x = 8$, $d_y = 6$. З трохвугольніка ACD па тэарэме Піфагора знаходзім модуль: $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$. Падзяліўшы AD на AC, атрымаем $\cos\varphi = \frac{d_x}{d} = 0{,}8$. Па значэнні косінуса знаходзім вугал $\varphi \approx 37°$. Такім чынам, вектар, які ляжыць у зададзенай плоскасці, вызначаецца дзвюма праекцыямі на восі каардынат. Вектар, адвольна накіраваны ў прасторы, вызначаецца трыма праекцыямі a_x, a_y, a_z (мал. 34).

Звернем увагу на важную ўласцівасць праекцый:

праекцыя сумы вектараў на вось роўна суме іх праекцый на гэту вось.

З дапамогай малюнка 35 *а*, *б* праверце, што з роўнасці $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ вынікае $c_x = a_x + b_x$. Пры праверцы не забывайце аб знаках праекцый.





Мал. 35

Галоўныя вывады

1. Вектар можна вызначыць, задаючы яго модуль і напрамак або задаючы яго праекцыі на восі каардынат.

2. Праекцыя вектара на вось — гэта даўжыня адрэзка, які знаходзіцца паміж праекцыямі пачатку і канца вектара на гэту вось, узятая са знакам «+» або «–».

3. Калі вугал паміж вектарам і воссю востры, то яго праекцыя на гэту вось дадатная, калі вугал тупы — адмоўная, калі прамы — роўна нулю.

4. Праекцыя вектара на вось роўна здабытку яго модуля на косінус вугла паміж вектарам і воссю.

5. Праекцыя сумы вектараў на вось роўна суме іх праекцый на гэту вось.

Кантрольныя пытанні

1. Што такое праекцыя пункта на вось? Праекцыя вектара на вось?
2. Калі праекцыя вектара на вось: а) роўна нулю; б) дадатная; в) адмоўная?
3. Як знайсці праекцыю вектара на вось, ведаючы яго модуль і вугал паміж вектарам і воссю?

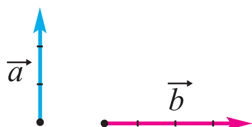


4. Пры якім значэнні вугла паміж вектарам і воссю яго праекцыя будзе: а) максімальная; б) роўна палове модуля вектара?
5. Як знайсці модуль вектара па яго праекцыях на каардынатныя восі?
6. Ці роўна праекцыя рознасці двух вектараў на вось рознасці праекцый гэтых вектараў на тую ж вось? Растлумачце адказ з дапамогай чарцяжа.

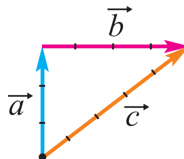
Прыклады рашэння задач

1. Вызначыце суму і рознасць узаемна перпендыкулярных вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (мал. 36). Знайдзіце модулі вектараў сумы $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ і рознасці $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

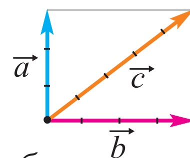
Рашэнне. Суму вектараў $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ знаходзім па правіле трохвугольніка (мал. 37, *а*) або паралелаграма (мал. 37, *б*). Паколькі вектары $\vec{a}$ і $\vec{b}$



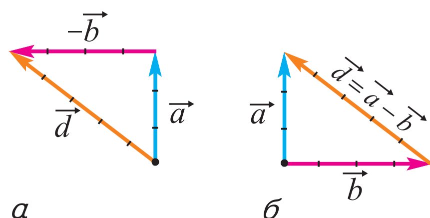
Мал. 36



Мал. 37 *а*



б



Мал. 38

Мал. 39

узаемна перпендыкулярныя, то модуль вектара $\vec{c}$ знаходзім па тэарэме Піфагора: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Рознасць вектараў $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ вызначым па правілах аднімання вектараў (мал. 38, *а*, *б*).

Модуль вектара $\vec{d}$ знаходзім аналагічна: $d = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Адказ: $c = 5$; $d = 5$.

2. Выразіце вектар $\vec{a}$ праз вектары $\vec{b}$ і $\vec{c}$ (мал. 39). Як звязаны паміж сабой праекцыі гэтых вектараў на восі Ox і Oy?

Рашэнне. Па правіле трохвугольніка знаходзім: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Адсюль $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$. Праецыруючы вектары $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ на восі Ox і Oy, атрымліваем: $a_x = 2$, $a_y = 4$, $b_x = 4$, $b_y = -2$, $c_x = 6$, $c_y = 2$.

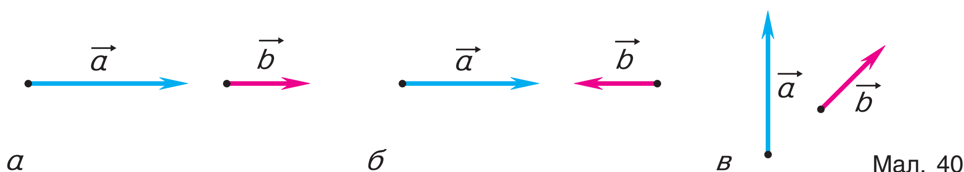
Пасля вылічэнняў пераканаемся, што праекцыі звязаны таксама, як і вектары: $a_x = c_x - b_x$, $a_y = c_y - b_y$.

Адказ: $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$; $a_x = c_x - b_x$; $a_y = c_y - b_y$.

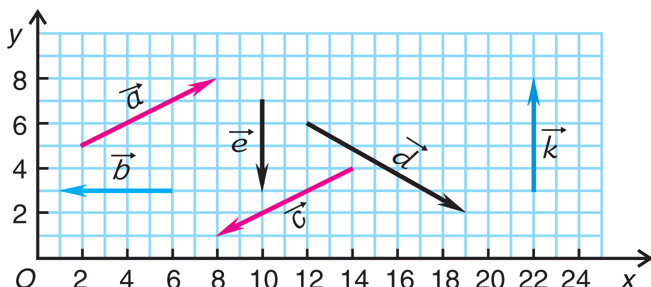
Практыкаванне 1

1. Пабудуйце вектары $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ і $\vec{b} - \vec{a}$ для кожнай пары вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$, паказаных на малюнку 40 *а*, *б*, *в*.

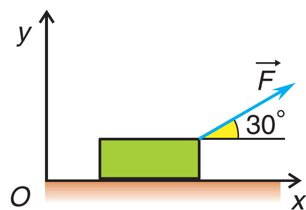
2. Модуль вектара $\vec{a}$ роўны 5. Пабудуйце вектары: $4\vec{a}$; $0{,}2\vec{a}$; $-3\vec{a}$; $-\frac{\vec{a}}{5}$.



Мал. 40



Мал. 41



Мал. 42

3. Знайдзіце праекцыі вектараў (мал. 41) на каардынатныя восі *Ox* і *Oy*.

4. Вектар $\vec{a}$ перпендыкулярны вектару $\vec{b}$. Модулі $a = b = 4$. Пабудуйце суму вектараў $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$ і рознасць $\alpha\vec{a} - \beta\vec{b}$, калі: 1) $\alpha = 2$, $\beta = 4$; 2) $\alpha = -2$, $\beta = 0{,}5$.

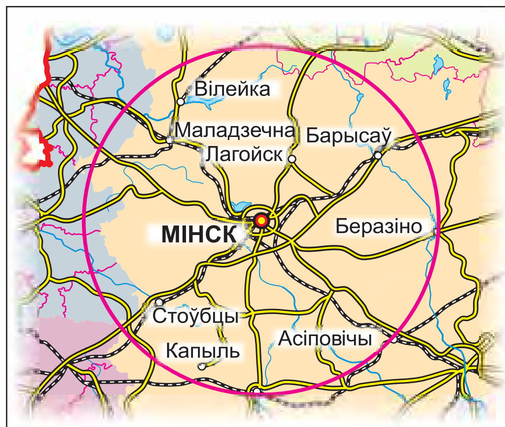


5. Вектар $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ і вектар $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ узаемна перпендыкулярныя. Знайдзіце суадносіну паміж модулямі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$. Зрабіце чарцёж.

6. Сіла $\vec{F}$, прыкладзеная да цела, накіравана пад вуглом $\alpha = 30°$ да гарызантальнай паверхні (мал. 42). Модуль гэтай сілы $F = 60$ Н. Знайдзіце праекцыі сілы $\vec{F}$ на восі *Ox* і *Oy*.

§ 6. Шлях і перамяшчэнне

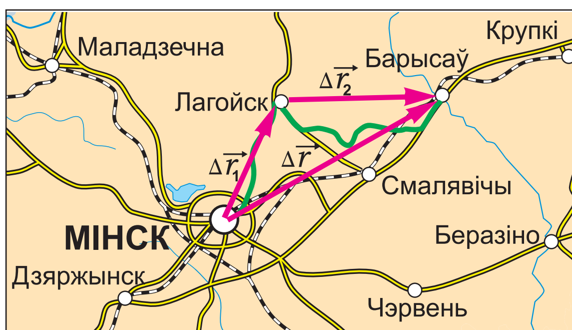
Аўтобус з футбольнымі балельшчыкамі адправіўся з Кастрычніцкай плошчы г. Мінска ў 9 гадзін раніцы. Ці можна вызначыць, дзе апынецца аўтобус у 11 гадзін, калі вядома, што за дзве гадзіны ён праехаў шлях s = 100 км?



Мал. 43

У 11 гадзін аўтобус мог знаходзіцца ў самых розных месцах (аддаленых ад Мінска не больш чым на 100 км) (мал. 43). Ён мог прыбыць, напрыклад, у Стоўбцы або Маладзечна. Не выключана, што ў 11 гадзін аўтобус вярнуўся ў Мінск. Значыць, для вызначэння канечнага становішча цела недастаткова ведаць яго пачатковае становішча і пройдзены ім шлях.

Акрамя пачатковага становішча цела і пройдзенага шляху, для вызначэння канечнага становішча цела трэба ведаць і траекторыю яго руху. У нашым прыкладзе траекторыя руху аўтобуса праходзіла па аўтамагістралі да Лагойска (дзе да мінчан далучыліся мясцовыя балельшчыкі), а затым — па шашы да Барысава (мал. 44). Адлічыўшы ад пачатковага пункта маршруту 100 км уздоўж траекторыі, мы пераканаемся, што ў 11 гадзін аўтобус прыбыў у Барысаў.



Мал. 44

А ці можна, ведаючы пачатковае становішча цела (разглядаемага як матэрыяльны пункт), знайсці яго канечнае становішча з дапамогай усяго адной фізічнай велічыні?

Можна. Такая велічыня называецца *перамяшчэннем*.

Перамяшчэнне — гэта вектар, які злучае пачатковае становішча цела з яго канечным становішчам (для зададзенага прамежку часу).

Абазначаецца перамяшчэнне сімвалам $\Delta\vec{r}$. На малюнку 44 вектар $\Delta\vec{r}_1$ — перамяшчэнне аўтобуса з Мінска ў Лагойск, вектар $\Delta\vec{r}_2$ — з Лагойска ў Барысаў, а вектар $\Delta\vec{r}_3$ — з Мінска ў Барысаў.

Відаць, што для кожнага з участкаў вектар $\Delta\vec{r}$ вызначае і напрамак з пачатковага пункта траекторыі ў канечны, і адлегласць паміж імі. Яна роўна Δr, г. зн. модулю дадзенага перамяшчэння.

З малюнка 44 зразумела таксама і наступнае. Калі вядомы пачатковы пункт траекторыі і вектар $\Delta\vec{r}$, то, правёўшы яго з гэтага пункта, мы знойдзем канечны пункт дадзенага ўчастка руху. Напрыклад, калі пачатак вектара $\Delta\vec{r}_2$ сумешчаны з пунктам «Лагойск» (гл. мал. 44), то канец гэтага вектара супадзе з месцазнаходжаннем стадыёна «Барысаў-Арэна» (мал. 45).



Мал. 45

Ці можна параўнаць шлях, пройдзены целам, з яго перамяшчэннем? Нельга, паколькі шлях s — скаляр, а перамяшчэнне $\Delta\vec{r}$ — вектар. Параўнаць шлях s можна з модулем перамяшчэння Δr, які з'яўляецца скалярнай велічынёй. Ці роўны шлях модулю перамяшчэння?

У разглядаемым прыкладзе шлях, пройдзены аўтобусам за дзве гадзіны, $s_3 = 100$ км.

Гэта даўжыня траекторыі руху аўтобуса ад Мінска праз Лагойск да Барысава. Зразумела, што модуль перамяшчэння аўтобуса за гэты час роўны адлегласці ад Мінска да Барысава. Яна складае 70 км. Значыць, $\Delta r_3 = 70$ км, г. зн. шлях аўтобуса быў большы за модуль яго перамяшчэння: $s_3 > \Delta r_3$.

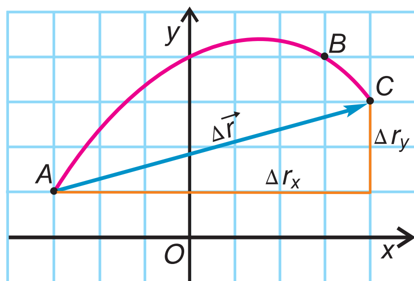
Пройдзены шлях быў бы роўны модулю перамяшчэння, калі б аўтобус рухаўся ўвесь час па прамой, не змяняючы напрамку руху. Значыць, ва ўсіх выпадках *шлях не меншы за модуль перамяшчэння*, г. зн.

$$s \geqslant \Delta r.$$

Як складваюцца паміж сабой шляхі і як — перамяшчэнні?

Пройдзеныя шляхі складваюцца арыфметычна: $s_1 + s_2 = s_3$, а перамяшчэнні — па правілах складання вектараў.

З малюнка 44 відаць, што $\Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 = \Delta\vec{r}_3$ (па правіле трохвугольніка). Ці роўны пры гэтым модуль Δr_3 суме модуляў $\Delta r_1 + \Delta r_2$? Адкажыце самастойна.



Мал. 46

Пры рашэнні задач важна ўмець знаходзіць праекцыі перамяшчэння. Пабудуем вектар перамяшчэння кавалка крэйды па школьнай дошцы (гл. мал. 18) з пункта A ў пункт C. З малюнка 46 відаць, што праекцыі вектара $\Delta\vec{r} = \overrightarrow{AC}$ на каардынатныя восі Ox і Oy выражаюцца праз каардынаты пачатковага і канечнага пунктаў наступным чынам:

$$\Delta r_x = x_C - x_A = \Delta x; \; \Delta r_y = y_C - y_A = \Delta y. \quad (1)$$

Праекцыя вектара перамяшчэння на каардынатную вось роўна рознасці каардынат канца і пачатку гэтага вектара.

Для пункта, які рухаецца ў прасторы (гл. мал. 19), да роўнасцей (1) трэба дабавіць:

$$\Delta r_z = \Delta z.$$

Галоўныя вывады

1. Шлях — гэта даўжыня ўчастка траекторыі, пройдзенага целам за пэўны прамежак часу. Шлях — дадатная скалярная велічыня.

2. Перамяшчэнне цела — гэта вектар, які злучае пачатковае становішча цела з яго канечным становішчам (для зададзенага прамежку часу).

3. Модуль перамяшчэння не большы за шлях, пройдзены за той жа прамежак часу.

4. Пройдзеныя шляхі складваюцца арыфметычна, а перамяшчэнні — па правілах складання вектараў.

5. Праекцыя вектара перамяшчэння на каардынатную вось роўна рознасці каардынат канца і пачатку гэтага вектара.

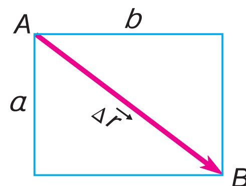
Кантрольныя пытанні

1. Што такое шлях і што такое перамяшчэнне?
2. Ці можа перамяшчэнне быць роўным нулю, калі шлях не роўны нулю? Прывядзіце прыклады.
3. Ці можа шлях быць роўным нулю, калі перамяшчэнне не роўна нулю?
4. Чаму шлях нельга параўноўваць з перамяшчэннем, а толькі з яго модулем?
5. У якім выпадку шлях роўны модулю перамяшчэння?



6. Ці залежыць перамяшчэнне цела ад выбару сістэмы адліку? Адказ абгрунтуйце прыкладамі.

Прыклад рашэння задачы



Мал. 47

Канькабежац перасек прамавугольную лядовую пляцоўку па дыяганалі AB, а пешаход прайшоў з пункта A ў пункт B па краі пляцоўкі (мал. 47). Памеры пляцоўкі 60×80 м. Вызначыце модулі перамяшчэнняў пешахода і канькабежца і шляхі, пройдзеныя імі.

Дадзена:
$a = 60$ м
$b = 80$ м

Δr_1 — ?
Δr_2 — ?
s_1 — ?
s_2 — ?

Рашэнне

З малюнка 47 відаць, што перамяшчэнні пешахода і канькабежца аднолькавыя. Модуль перамяшчэння:

$$\Delta r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3600\ \text{м}^2 + 6400\ \text{м}^2} = 100\ \text{м}.$$

Шлях пешахода: $s_1 = a + b = 60\ \text{м} + 80\ \text{м} = 140\ \text{м}$.

Шлях канькабежца: $s_2 = \Delta r = 100$ м.

Адказ: $\Delta r_1 = \Delta r_2 = 100$ м; $s_1 = 140$ м; $s_2 = 100$ м.

Практыкаванне 2

1. Што паказвае лічыльнік прабегу аўтамабіля — лікавае значэнне шляху ці модуля перамяшчэння? Чаму?

2. Таксі выканала рэйс па маршруце Мінск — Чэрвень — Беразіно. Пакажыце ў сшытку перамяшчэнні таксі на ўчастках Мінск — Чэрвень ($\Delta\vec{r}_{МЧ}$), Чэрвень — Беразіно ($\Delta\vec{r}_{ЧБ}$) і Мінск — Беразіно ($\Delta\vec{r}_{МБ}$). Дакажыце, што $\Delta\vec{r}_{МБ} = \Delta\vec{r}_{МЧ} + \Delta\vec{r}_{ЧБ}$. Выкарыстоўваючы малюнак 44 і лікавыя даныя, прыведзеныя ў тэксце параграфа, знайдзіце модулі гэтых перамяшчэнняў. Параўнайце суму модулей $\Delta r_{МЧ} + \Delta r_{ЧБ}$ з модулем $\Delta r_{МБ}$.

3. Узнавіце ў сшытку малюнак 46, дапоўніўшы яго вектарамі перамяшчэнняў $\Delta\vec{r}_1 = \overrightarrow{AB}$ і $\Delta\vec{r}_2 = \overrightarrow{BC}$. Якая роўнасць выконваецца для вектараў $\Delta\vec{r}_1$, $\Delta\vec{r}_2$ і $\Delta\vec{r}$? Знайдзіце лікавыя значэнні для праекцый гэтых вектараў на восі Ox і Oy і для модуляў гэтых вектараў. Ці роўны модуль Δr суме модуляў Δr_1 і Δr_2?

4. Спартсмен на трэніроўцы прабег $N = 6{,}5$ круга радыусам $R = 50$ м. Які шлях прабег спартсмен? Чаму роўны модуль яго перамяшчэння?

5. Будаўнічы кран падымае груз на вышыню $h = 30$ м. Адначасова кран перамяшчаецца на адлегласць $l = 10$ м. Вызначыце перамяшчэнне грузу, яго вертыкальную і гарызантальную складальныя. Пакажыце іх адпаведнымі вектарамі. Чаму роўны модулі гэтых вектараў?

6. Вызначыце шлях і модуль перамяшчэння канца гадзіннікавай стрэлкі даўжынёй $l = 6{,}0$ см за прамежкі часу $\Delta t_1 = 3{,}0$ г; $\Delta t_2 = 6{,}0$ г; $\Delta t_3 = 12$ г; $\Delta t_4 = 24$ г. Рашэнне пацвердзіце малюнкам.

§ 7. Раўнамерны прамалінейны рух. Скорасць

У 7-м класе вы вывучалі раўнамерны прамалінейны рух, пазнаёміліся з паняццем «скорасць». Параўнаем скорасці руху розных цел. За адну секунду чарапаха (мал. 48, а) можа пераадолець некалькі сантыметраў, чалавек — да 10 м, гепард (мал. 48, б) — да 30 м, гоначны аўтамабіль — каля 100 м. Каля 8 км за секунду пралятае па арбіце спадарожнік Зямлі (мал. 49, а). Але нават скорасці касмічных караблёў — «чарапахавыя» ў параўнанні са скорасцю мікрачасціц у паскаральніках. У сучасным паскаральніку (мал. 49, б) электрон за адну секунду пралятае амаль 300 000 км!

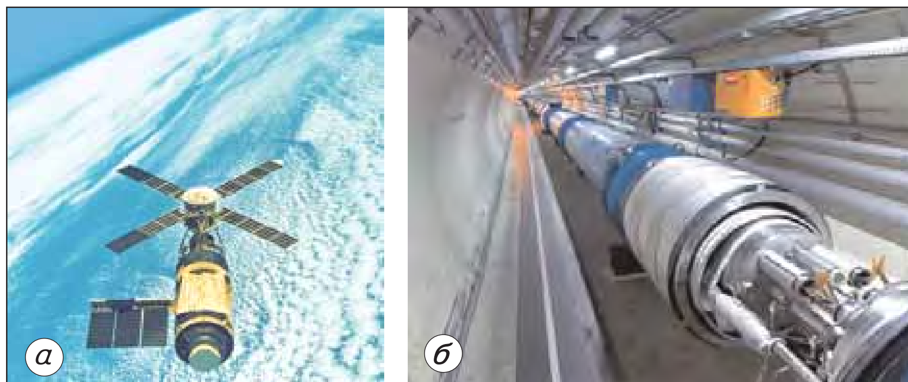
Скалярная ці вектарная велічыня — скорасць? Якія ж заканамернасці раўнамернага прамалінейнага руху?

З 7-га класа мы ведаем, што рух, пры якім за любыя роўныя прамежкі часу цела праходзіць аднолькавыя шляхі, называецца **раўнамерным**. Раўнамерна можна рухацца як па прамалінейнай, так і па крывалінейнай траекторыі. У якім выпадку аднолькавымі будуць не толькі шляхі, але і перамяшчэнні?

Праробім дослед. Паназіраем за падзеннем металічнага шарыка ў вертыкальнай трубцы, запоўненай вязкай вадкасцю (густым цукровым сіропам)

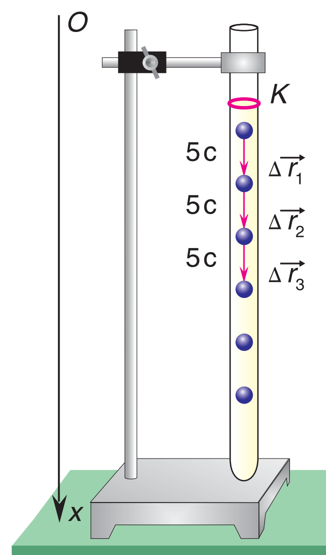


Мал. 48



Мал. 49

(мал. 50). Будзем адзначаць становішча шарыка за роўныя прамежкі часу. Дослед паказвае, што за роўныя прамежкі часу, напрыклад за $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = \ldots = 5$ с, шарык выконвае аднолькавыя перамяшчэнні: $\Delta\vec{r}_1 = \Delta\vec{r}_2 = \Delta\vec{r}_3 = \ldots$. Паменшым прамежкі часу. У столькі ж разоў паменшацца і перамяшчэнні шарыка, але па-ранейшаму за роўныя прамежкі часу яны будуць роўныя.



Мал. 50

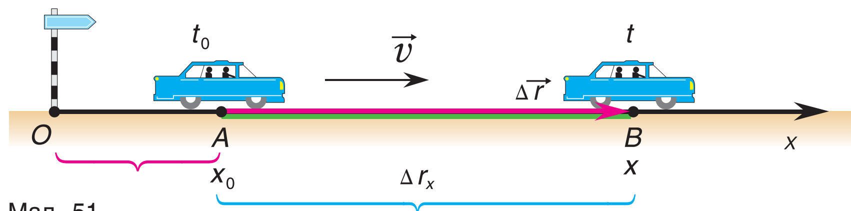
Зробім вывад. **Пры раўнамерным прамалінейным руху цела за любыя роўныя прамежкі часу выконвае аднолькавыя перамяшчэнні.**

У 7-м класе вы знаходзілі скорасць раўнамернага руху цела як адносіну шляху да прамежку часу, за які шлях пройдзены: $v = \frac{s}{\Delta t}$. Гэта адносіна паказвае, наколькі хутка рухаецца цела, але нічога не гаворыць аб напрамку руху. Каб ахарактарызаваць адной велічынёй і хуткасць руху, і яго напрамак, вызначым скорасць як вектарную велічыню.

Скорасцю раўнамернага прамалінейнага руху называецца вектарная фізічная велічыня, роўная адносіне перамяшчэння да прамежку часу, за які яно выканана:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (1)$$

Модуль скорасці лікава роўны модулю перамяшчэння за адзінку часу, а напрамак скорасці супадае з напрамкам перамяшчэння (паколькі $\Delta t > 0$).



Мал. 51

Як мы бачылі, адносіна $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ для ўсіх участкаў руху была аднолькавай: $\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t_2} = \frac{\Delta\vec{r}_3}{\Delta t_3} = \ldots$. Значыць, **скорасць $\vec{v}$ раўнамернага прамалінейнага руху пастаянная**: з цягам часу не змяняецца ні яе модуль, ні яе напрамак.

З формулы (1) лёгка знайсці, што пры раўнамерным прамалінейным руху цела робіць перамяшчэнне

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}\Delta t \qquad (2)$$

і праходзіць шлях s (роўны модулю перамяшчэння Δr):

$$s = v\Delta t. \qquad (3)$$

Цяпер мы можам вызначыць становішча цела, якое рухаецца раўнамерна і прамалінейна, у любы момант часу.

Разгледзім прыклад. Аўтамабіль рухаецца з пастаяннай скорасцю па прамалінейнай шашы. Выкарыстаем вось каардынат Ox з пачаткам адліку ў пункце O (мал. 51). Аўтамабіль разглядаем як матэрыяльны пункт. Згодна з формулай (2) праекцыя перамяшчэння аўтамабіля на вось Ox

$$\Delta r_x = v_x\Delta t. \qquad (4)$$

Згодна з малюнкам 51 у момант часу t каардыната аўтамабіля роўна $x = x_0 + \Delta r_x$. Адсюль, улічваючы, што $\Delta r_x = v_x\Delta t$, а $\Delta t = t - t_0$, атрымаем: $x = x_0 + v_x(t - t_0)$.

Прыняўшы $t_0 = 0$, запішам формулу для каардынаты аўтамабіля ў выглядзе:

$$x = x_0 + v_x t. \qquad (5)$$

Залежнасць каардынаты цела, якое рухаецца, ад часу называецца *кінематычным законам руху*.

Для раўнамернага прамалінейнага руху гэты закон выражаецца роўнасцю (5) і фармулюецца наступным чынам:

каардыната цела, якое рухаецца раўнамерна і прамалінейна, лінейна залежыць ад часу.



Мал. 52



Мал. 53

Напомнім, што за адзінку скорасці ў СІ прыняты *1 метр у секунду* $\left(1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$.

Для вымярэння скорасці выкарыстоўваюцца спецыяльныя прыборы. У аўтамабілях ёсць спідометр (мал. 52), на самалётах — паказальнік скорасці. Рэхалакатары вымяраюць скорасць цел, якія рухаюцца пад вадой, а радыёлакатары (радары) — цел, якія рухаюцца ў паветры і па зямлі. Супрацоўнікі службы дарожнага руху з дапамогай устройстваў, якія маюць партатыўныя радары і відэакамеру (мал. 53), могуць аператыўна рэгістраваць скорасць любога транспартнага сродку.

Галоўныя вывады

1. Пры раўнамерным прамалінейным руху за любыя роўныя прамежкі часу цела выконвае аднолькавыя перамяшчэнні.

2. Скорасць раўнамернага прамалінейнага руху пастаянная: з цягам часу не змяняецца ні яе модуль, ні яе напрамак.

3. Пры раўнамерным прамалінейным руху цела модуль перамяшчэння роўны шляху, пройдзенаму за той жа прамежак часу.

4. Каардыната цела, якое рухаецца раўнамерна і прамалінейна, лінейна залежыць ад часу.

Кантрольныя пытанні

1. Дайце азначэнне скорасці раўнамернага прамалінейнага руху.
2. Што паказвае модуль скорасці раўнамернага прамалінейнага руху?
3. Як накіравана скорасць пры раўнамерным прамалінейным руху?
4. Як залежыць каардыната цела ад часу пры раўнамерным прамалінейным руху? Якой будзе гэта залежнасць, калі пачатковае становішча цела супадае з пачаткам каардынат?
5. У якім выпадку праекцыя скорасці руху будзе адмоўнай? Роўнай нулю?

Прыклад рашэння задачы

Кінематычны закон прамалінейнага руху лодкі ўздоўж восі Ox зададзены ўраўненнем $x = A + Bt$, дзе $A = 100$ м, $B = 7{,}2\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначыце праекцыі скорасці і перамяшчэння на вось Ox, а таксама каардынату і шлях, пройдзены лодкай за час $t_1 = 1{,}2$ мін.

Дадзена:

$x = A + Bt$

$A = 100$ м

$B = 7{,}2\ \frac{\text{км}}{\text{г}} = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_1 = 1{,}2$ мін $= 72$ с

---

v_x — ?

x_1 — ?

Δr_x — ?

s — ?

Рашэнне

Зробім малюнак да задачы (мал. 54).



Мал. 54

Па ўмове задачы каардыната лодкі лінейна залежыць ад часу. Значыць, лодка рухаецца раўнамерна.

Параўнаўшы $x = A + Bt$ і $x = x_0 + v_x t$, атрымаем: $x_0 = A = 100$ м, $v_x = B = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Знаходзім $x_1 = 100\ \text{м} + 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 72\ \text{с} = 244$ м.

З малюнка 54 маем: $\Delta r_x = x_1 - x_0 = 244\ \text{м} - 100\ \text{м} = 144$ м.

Шлях $s = \Delta r_x = 144$ м.

Адказ: $v_x = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $x_1 = 244$ м; $\Delta r_x = s = 144$ м.

Практыкаванне 3

1. Якія з характарыстык руху — шлях, скорасць, перамяшчэнне, каардыната — з'яўляюцца вектарнымі?

2. Перавядзіце ў метры ў секунду $\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$ наступныя значэнні модуля скорасці: $v_1 = 18\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $v_2 = 36\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $v_3 = 1{,}2\ \frac{\text{км}}{\text{мін}}$; $v_4 = 8\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$ (першая касмічная скорасць).

3. Электрапоезд, які рухаецца раўнамерна, за час $t = 5{,}0$ мін прайшоў шлях $s = 6{,}0$ км. Знайдзіце модуль скорасці руху электрапоезда.

4. Футбаліст прабег па футбольным полі шлях $s_1 = 40$ м на поўнач, затым $s_2 = 30$ м на ўсход і шлях $s_3 = 20$ м на поўдзень. Які сумарны шлях прабег футбаліст? Якое ён выканаў перамяшчэнне? Які час спатрэбіцца футбалісту на вяртанне ў зыходны пункт па прамой, калі модуль яго скорасці пастаянны і роўны $v = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

5. Па прамой дарозе насустрач адзін аднаму рухаліся легкавы аўтамабіль са скорасцю, модуль якой $v_1 = 90\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, і матацыкл са скорасцю, модуль якой

$v_2 = 20\ \frac{м}{с}$. На пераездзе яны сустрэліся і прадоўжылі раўнамерна рухацца. На якой адлегласці ад пераезда і адзін ад аднаго знаходзіліся аўтамабіль і матацыкл праз час $t = 0{,}50$ г пасля сустрэчы?

6. Два пешаходы рухаюцца насустрач адзін аднаму з пастаяннымі скарасцямі, модулі якіх $v = 5{,}0\ \frac{км}{г}$. Ці можна сцвярджаць, што скорасці руху пешаходаў аднолькавыя? Якой будзе адлегласць паміж імі праз час $t_1 = 30$ мін пасля іх сустрэчы? Які шлях да гэтага часу пройдзе кожны з пешаходаў, калі ў пачатковы момант часу яны знаходзіліся на адлегласці $l = 2{,}0$ км адзін ад аднаго?

7. На працягу адной гадзіны самалёт ляцеў прамалінейна. Кінематычны закон яго руху мае выгляд: $x = A + Bt$, дзе $A = 5{,}0$ км, $B = 720\ \frac{км}{г}$. Вызначыце каардынату самалёта ў пачатку і ў канцы гэтай гадзіны, модуль скорасці яго руху, шлях і модуль перамяшчэння за час $t = 20{,}0$ мін палёту. Рашэнне растлумачце малюнкам.

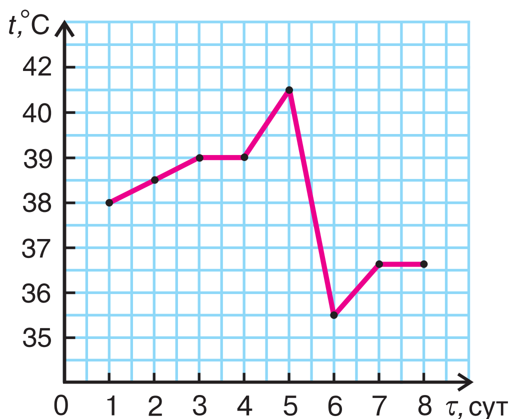
8. Рашыце папярэднюю задачу, прыняўшы $B = -720\ \frac{км}{г}$.


9. Паездка веласіпедыста ад дома да возера і назад складалася з двух этапаў. На першым этапе, рухаючыся са скорасцю, модуль якой $v = 12\ \frac{км}{г}$, ён пераадолеў палову шляху да возера. На другім, рухаючыся са скорасцю, модуль якой быў пастаянны, ён даехаў да возера і вярнуўся назад да дома. Знайдзіце модуль гэтай скорасці, калі прамежкі часу, затрачаныя на кожны з этапаў, былі аднолькавыя.

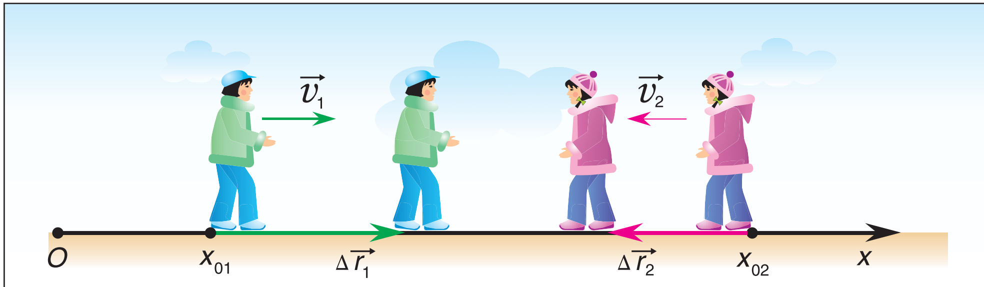
§ 8. Графічны паказ раўнамернага прамалінейнага руху

Залежнасці паміж рознымі велічынямі можна наглядна паказаць з дапамогай графікаў. Выкарыстанне графікаў аблягчае рашэнне навуковых і практычных задач.

Напрыклад, па графіку залежнасці тэмпературы хворага ад часу (мал. 55) відаць, што на 5-я суткі тэмпература дасягнула свайго максімуму, затым рэзка знізілася, а яшчэ праз суткі стала набліжацца да нормы. Графік даў нагляднае ўяўленне, як працякала хвароба.



Мал. 55



Мал. 56

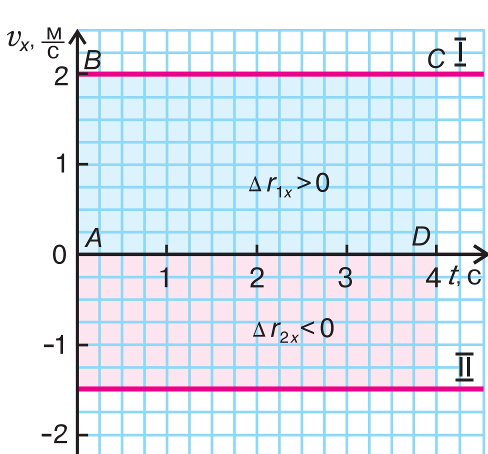
У фізіцы роля графікаў надзвычай вялікая. Уменне будаваць і «чытаць» графікі дапамагае больш глыбокаму разуменню фізічных заканамернасцей і спрыяе іх запамінанню.

Разгледзім канкрэтны прыклад. Дзіма і Таня ідуць насустрач адно аднаму (мал. 56). Яны рухаюцца раўнамерна і прамалінейна. Модуль скорасці Дзімы $v_1 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, Тані — $v_2 = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Выберам каардынатную вось Ox так, як паказана на малюнку 56.

Няхай у пачатковы момант часу $t_0 = 0$ каардыната Дзімы $x_{01} = 1{,}8$ м, Тані — $x_{02} = 6{,}0$ м.

Пабудуем графікі залежнасці праекцыі скорасці v_x, праекцыі перамяшчэння Δr_x, шляху s і каардынаты x ад часу t.

1. Графік праекцыі скорасці. Згодна з умовай прыкладу і малюнкам 56 для праекцый скорасці руху Тані і Дзімы на вось Ox атрымаем: $v_{1x} = v_1 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_{2x} = -v_2 = -1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Паколькі праекцыі v_{1x} і v_{2x} пастаянныя, графікі іх залежнасці ад часу t — гэта прамыя, паралельныя восі часу (мал. 57, прамыя I і II). Графікі паказваюць: **праекцыя скорасці пры раўнамерным прамалінейным руху з цягам часу не змяняецца**.



Мал. 57

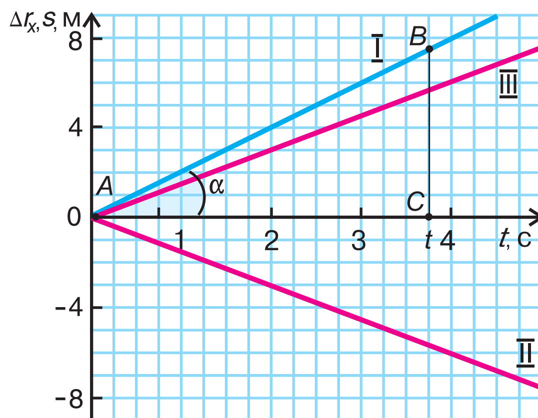
2. Графік праекцыі перамяшчэння. Згодна з роўнасцю (4) з § 7 праекцыя перамяшчэння Δr_x, якое выканана за прамежак часу ад 0 да t, вызначаецца формулай $\Delta r_x = v_x t$.

Графікі залежнасці праекцыі перамяшчэння ад часу для Дзімы $\Delta r_{1x} = v_{1x} t$

(прамая I) і для Тані $\Delta r_{2x} = v_{2x}t$ (прамая II) паказаны на малюнку 58.

Яны паказваюць, што **пры раўнамерным прамалінейным руху праекцыя перамяшчэння прама прапарцыянальна часу**.

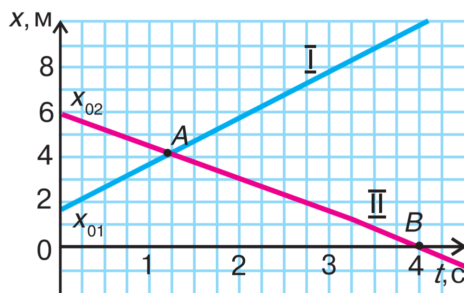
3. Графік шляху. Пры раўнамерным прамалінейным руху шлях роўны модулю перамяшчэння: $s = \Delta r = vt$. Графік шляху $s = vt$ супадае з графікам праекцыі перамяшчэння пры $v_x > 0$ (гл. мал. 58, прамая I). Калі $v_x < 0$, то графік шляху (гл. мал. 58, прамая III) з'яўляецца «люстраным адбіткам» ад восі часу графіка II праекцыі перамяшчэння.



Мал. 58

Графікі шляху паказваюць, што **пры раўнамерным прамалінейным руху пройдзены шлях прама прапарцыянальны часу**.

4. Графік каардынаты. Яго называюць таксама *графікам руху*.



Мал. 59

Па формуле (5) з § 7 з дапамогай малюнка 56 знаходзім залежнасць каардынат Дзімы x_1 і Тані x_2 ад часу: $x_1 = x_{01} + v_{1x}t$, $x_2 = x_{02} + v_{2x}t$, дзе $v_{1x} > 0$, $v_{2x} < 0$. Графікі гэтых залежнасцей — прамыя I і II на малюнку 59. Яны паралельныя адпаведным графікам праекцый перамяшчэння на малюнку 58.

Графікі руху паказваюць: **пры раўнамерным прамалінейным руху каардыната цела лінейна залежыць ад часу**.

Па пункце перасячэння графікаў I і II (пункт A) лёгка знайсці момант і каардынату месца сустрэчы Дзімы і Тані. Вызначыце іх самастойна.

Што яшчэ можна вызначыць па графіках?

Па графіку праекцыі скорасці можна знайсці праекцыю перамяшчэння і пройдзены шлях.

Разгледзім прамавугольнік $ABCD$ на малюнку 57. Яго вышыня лікава роўна v_x, а аснова — прамежку часу ад 0 да t. Значыць, яго плошча роўна $v_xt = \Delta r_x$. Такім чынам, *праекцыя перамяшчэння лікава роўна плошчы прамавугольніка*

паміж графікам праекцыі скорасці і воссю часу. Пры $v_x < 0$ праекцыя перамяшчэння адмоўная, і плошчу трэба браць са знакам «–».

Праверце таксама, што пры любым знаку v_x *плошча паміж графікам праекцыі скорасці і воссю часу лікава роўна пройдзенаму шляху*.

Пры вылічэнні плошчаў за адзінку трэба браць плошчу прамавугольніка, адна старана якога прынята за адзінку скорасці, а другая — за адзінку часу.

Па графіках праекцыі перамяшчэння і каардынаты можна знайсці скорасць руху.

Разгледзім трохвугольнік ABC на малюнку 58. Даўжыня катэта BC прама прапарцыянальна праекцыі перамяшчэння Δr_x, даўжыня катэта AC — прамежку часу Δt. Значыць, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{BC}{AC}$ прама прапарцыянальны адносіне $\frac{\Delta r_x}{\Delta t}$, г. зн. $\operatorname{tg}\alpha \sim v_x$.

Калі пры гэтым адзінкам даўжыні і часу на восях графіка адпавядаюць роўныя адрэзкі, то мае месца лікавая роўнасць $\operatorname{tg}\alpha = v_x$: *тангенс вугла нахілу графіка праекцыі перамяшчэння да восі часу роўны праекцыі скорасці*.

Тое ж самае выконваецца і для графіка каардынаты. Дакажыце гэта самастойна.

Галоўныя вывады

1. Для раўнамернага прамалінейнага руху графік праекцыі скорасці — прамая, паралельная восі часу.

2. Графікі праекцыі перамяшчэння і каардынаты — прамыя, нахіл якіх да восі часу вызначаецца праекцыяй скорасці.

3. Плошча фігуры паміж графікам праекцыі скорасці і воссю часу вызначае праекцыю перамяшчэння.

Кантрольныя пытанні

1. Што ўяўляюць сабой графікі праекцыі скорасці, праекцыі перамяшчэння і шляху для раўнамернага прамалінейнага руху?
2. Які графік называецца графікам руху? Чым ён адрозніваецца ад графіка праекцыі перамяшчэння?
3. Ці можна па графіку праекцыі скорасці знайсці праекцыю перамяшчэння?
4. Як па графіку праекцыі перамяшчэння знайсці праекцыю скорасці?

Прыклад рашэння задачы

Матацыкліст едзе з горада па прамалінейнай шашы са скорасцю, модуль якой пастаянны і роўны $v_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Праз час $t_1 = 20$ с, пасля таго як праехаў

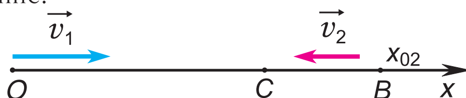
скрыжаванне, ён сустракае веласіпедыста, які рухаўся ў горад раўнамерна са скорасцю, модуль якой $v_2 = 36\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначыце адлегласць паміж удзельнікамі руху праз час $t_2 = 10$ с пасля іх сустрэчы. Запішыце кінематычныя законы іх руху, пабудуйце графікі праекцыі і модуля скорасці, праекцыі перамяшчэння, каардынаты і шляху для абодвух удзельнікаў руху.

Дадзена:
$v_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{г}} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$v_2 = 36\ \frac{\text{км}}{\text{г}} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$t_1 = 20$ с
$t_2 = 10$ с

l — ?

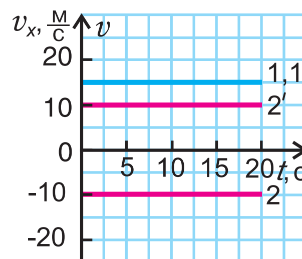
Рашэнне

Пакажам каардынатную вось Ox, уздоўж якой адбываецца рух (мал. 60). За пачатак каардынат O прымем скрыжаванне.



Мал. 60

У пачатковы момант часу матацыкліст знаходзіўся на скрыжаванні, а веласіпедыст — у пункце B (гл. мал. 60). Значыць, кінематычны закон руху матацыкліста можна запісаць так: $x_1 = v_{1x}t$, дзе $v_{1x} = v_1 = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а веласіпедыста: $x_2 = x_{02} + v_{2x}t$, дзе $v_{2x} = -v_2 = -10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



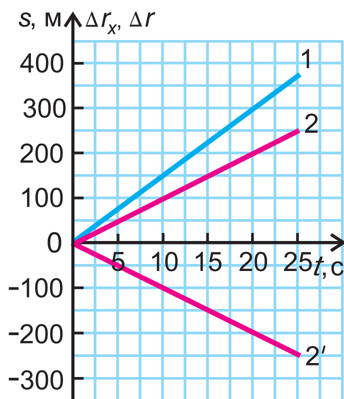
Мал. 61

Знойдзем каардынату x_{02} веласіпедыста ў пачатковы момант часу. Няхай пункт C на восі Ox — гэта месца сустрэчы ўдзельнікаў руху. Тады

$$x_{02} = OC + CB = v_1t_1 + v_2t_1 = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 20\ \text{с} + 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 20\ \text{с} = 500\ \text{м}.$$

Адлегласць паміж матацыклістам і веласіпедыстам праз час $t_2 = 10$ с пасля іх сустрэчы роўна суме шляхоў, якія яны праехалі за гэты час. Значыць,

$$l = v_1t_3 + v_2t_3 = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 10\ \text{с} + 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 10\ \text{с} = 250\ \text{м}.$$



Мал. 62

Пабудуем графікі праекцый і модуляў скорасці. Для матацыкліста графікі праекцыі скорасці 1 і модуля скорасці 1′ супадаюць (мал. 61). Для веласіпедыста графік праекцыі скорасці — прамая 2, а модуля скорасці — прамая 2′.

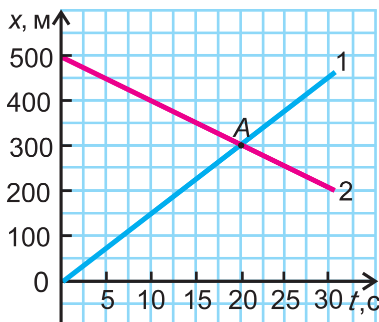
Графікамі шляху s, праекцыі перамяшчэння Δr_x і яе модуля Δr (мал. 62) будуць прамыя, якія выражаюць прамую прапарцыянальную залежнасць ад часу t.

Для матацыкліста: $s_1 = \Delta r_{1x} = \Delta r_1 = v_1t = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot t$. Графікі шляху, модуля і праекцыі перамяшчэння матацыкліста супадаюць (прамая 1).

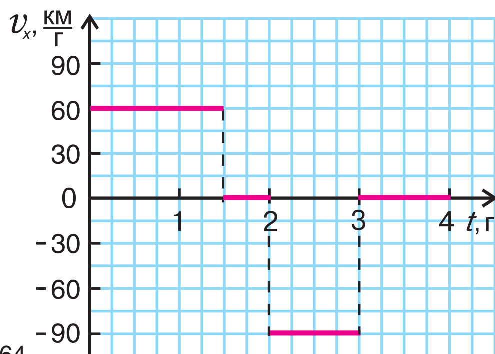
Для веласіпедыста: $s_2 = \Delta r_2 = v_2 t = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot t$; $\Delta r_{2x} = v_{2x} t = -10\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot t$. Прамая 2 з'яўляецца графікам шляху і модуля перамяшчэння веласіпедыста. Прамая 2′ — графік праекцыі яго перамяшчэння.

Графікі каардынат паказаны на малюнку 63. Яны выражаюць залежнасці $x_1 = v_{1x} t$ (прамая 1) і $x_2 = x_{02} + v_{2x} t$ (прамая 2). Пункт A (гл. мал. 63) вызначае час сустрэчы і каардынату месца сустрэчы.

Адказ: $l = 250$ м; $x_1 = v_{1x} t$; $x_2 = x_{02} + v_{2x} t$, дзе $v_{1x} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $x_{02} = 500$ м, $v_{2x} = -10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



Мал. 63



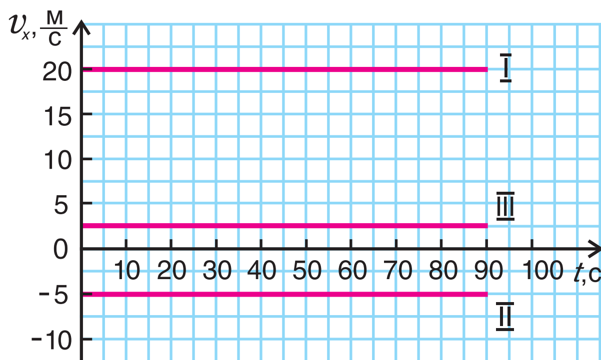
Мал. 64

Практыкаванне 4

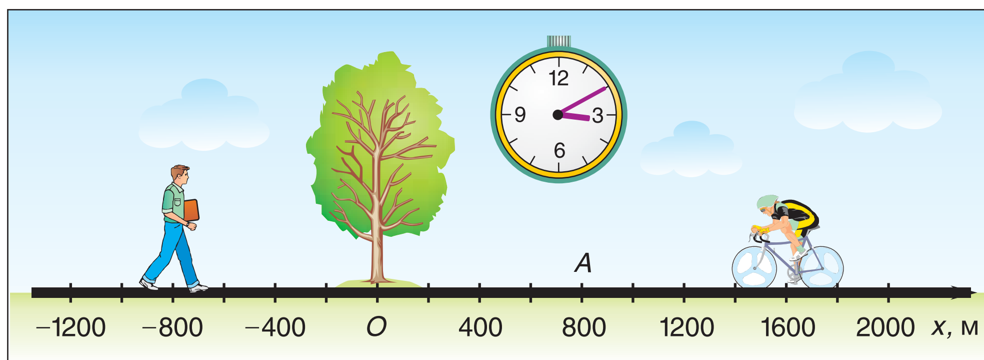
1. Што паказваюць пункты A і B на малюнку 59?

2. На малюнку 64 паказаны графік залежнасці праекцыі скорасці ад часу. Апішыце рух, які адпавядае гэтаму графіку. Знайдзіце модуль перамяшчэння і шлях за прамежак часу ад $t_0 = 0$ да $t_1 = 4$ г. Ці можа дадзены графік апісваць рэальны рух цела? Чаму?

3. На малюнку 65 паказаны графікі праекцыі на вось Ox скорасці руху катара, байдаркі і рызінавай лодкі па возеры. Ахарактарызуйце гэтыя рухі. Якому з



Мал. 65



Мал. 66

транспартных сродкаў належыць графік I? Графік II? Графік III? Чаму роўны шляхі, пройдзеныя катарам, байдаркай і рызінавай лодкай за час $t = 50{,}0$ с руху? Чаму роўны модулі і праекцыі іх перамяшчэнняў за гэты час?

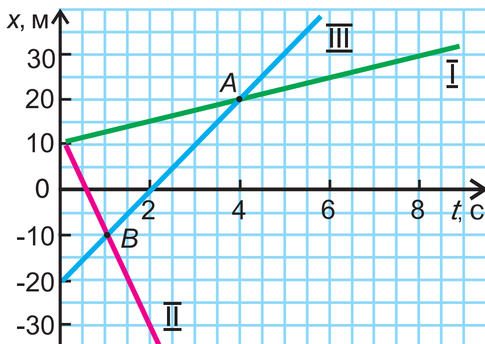
4. Каардынаты цеплаходаў змяняюцца па законе: $x_1 = A_1 + B_1 t$, $x_2 = A_2 + B_2 t$, дзе $A_1 = 6{,}0$ км, $B_1 = 24\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, $A_2 = -6{,}0$ км, $B_2 = 60\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Для кожнага з цеплаходаў знайдзіце пачатковыя каардынаты і праекцыі скарасцей на вось Ox. Начарціце графікі руху цеплаходаў. Праз які час другі цеплаход дагоніць першы?



5. На малюнку 66 паказаны пешаход і веласіпедыст. Модуль скорасці пешахода $v_1 = 3{,}6\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, веласіпедыста $v_2 = 12{,}0\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Даныя аб іх каардынатах у момант часу $t_0 = 3$ г 10 мін вызначыце па малюнку. Запішыце кінематычныя законы руху і пабудуйце графікі руху пешахода і веласіпедыста. Знайдзіце модулі іх перамяшчэнняў за прамежак часу $\Delta t = 20$ мін. Выканайце заданне яшчэ раз, прыняўшы за пачатак каардынат пункт A на восі Ox, які знаходзіцца пад гадзіннікам. Якія з кінематычных велічынь залежаць ад выбару пачатку каардынат, а якія — не?



6. На малюнку 67 дадзены графікі руху трох цел. Знайдзіце праекцыі скарасці руху гэтых цел на вось Ox і іх пачатковыя каардынаты. Запішыце кінематычныя ўраўненні руху кожнага цела. Аб чым сведчаць пункты перасячэння A і B графікаў? Якой была адлегласць паміж целамі ў пачатковы момант часу $t_0 = 0$ і ў момант $t_1 = 5{,}0$ с?

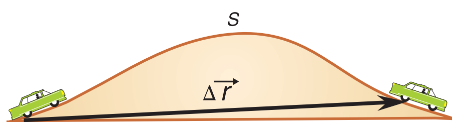


Мал. 67

§ 9. Нераўнамерны рух. Імгненная скорасць

Мы вывучылі раўнамерны прамалінейны рух. Аднак рэальныя целы — аўтамабілі, караблі, самалёты, дэталі механізмаў і інш. часцей за ўсё рухаюцца і не прамалінейна, і не раўнамерна. Якія ж заканамернасці такіх рухаў?

Разгледзім прыклад. Аўтамабіль рухаецца па ўчастку дарогі, паказаным на малюнку 68. На пад'ёме рух аўтамабіля запавольваецца, пры спуску — паскараецца. Рух аўтамабіля *і не прамалінейны, і не раўнамерны*. Як апісаць такі рух?



Мал. 68

Перш за ўсё для гэтага неабходна ўдакладніць паняцце **скорасць**.

З 7-га класа вам вядома, што такое сярэдняя скорасць. Яна вызначаецца як адносіна шляху да прамежку часу, за які гэты шлях пройдзены:

$$\langle v \rangle = \frac{s}{\Delta t}. \qquad (1)$$

Будзем называць яе *сярэдняй скорасцю шляху*. Яна паказвае, які *шлях* у сярэднім праходзіла цела за адзінку часу.

Акрамя сярэдняй скорасці шляху, неабходна ўвесці і *сярэднюю скорасць перамяшчэння:*

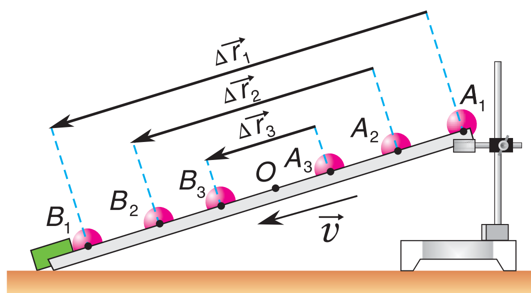
$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \qquad (2)$$

Які сэнс сярэдняй скорасці перамяшчэння? Яна паказвае, якое *перамяшчэнне* ў сярэднім выканала цела за адзінку часу.

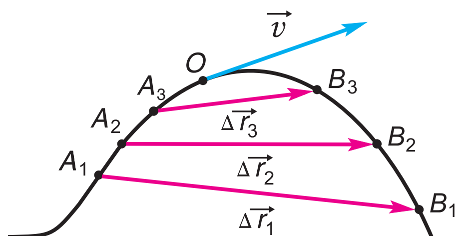
Параўнаўшы формулу (2) з формулай (1) з § 7, можна зрабіць вывад: *сярэдняя скорасць* $\langle \vec{v} \rangle$ *роўна скорасці такога раўнамернага прамалінейнага руху, пры якім за прамежак часу* Δt *цела выканала б перамяшчэнне* $\Delta \vec{r}$.

Сярэдняя скорасць шляху і сярэдняя скорасць перамяшчэння — важныя характарыстыкі любога руху. Першая з іх — велічыня скалярная, другая — вектарная. Паколькі $\Delta r \leqslant s$, то модуль сярэдняй скорасці перамяшчэння не большы за сярэднюю скорасць шляху $|\langle \vec{v} \rangle| \leqslant \langle v \rangle$.

Сярэдняя скорасць характарызуе рух за ўвесь прамежак часу цалкам. Яна не дае інфармацыі аб скорасці руху ў кожным пункце траекторыі (у кожны момант часу). З гэтай мэтай уводзіцца ***імгненная скорасць* — скорасць руху ў дадзены момант часу (або ў дадзеным пункце)**.



Мал. 69



Мал. 70

Як вызначыць імгненную скорасць?

Разгледзім прыклад. Няхай шарык скочваецца па нахіленым жолабе з пункта A_1 (мал. 69). На малюнку паказаны становішчы шарыка ў розныя моманты часу.

Нас цікавіць імгненная скорасць шарыка ў пункце O. Падзяліўшы перамяшчэнне шарыка $\Delta\vec{r}_1$ на адпаведны прамежак часу Δt_1, знойдзем сярэднюю скорасць перамяшчэння $\langle\vec{v}_1\rangle = \frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t_1}$ на ўчастку A_1B_1. Скорасць $\langle\vec{v}_1\rangle$ можа значна адрознівацца ад імгненнай скорасці ў пункце O. Разгледзім меншае перамяшчэнне $\Delta\vec{r}_2 = \overrightarrow{A_2B_2}$. Яно адбудзецца за меншы прамежак часу Δt_2. Сярэдняя скорасць $\langle\vec{v}_2\rangle = \frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t_2}$ хоць і не роўна скорасці ў пункце O, але ўжо бліжэй да яе, чым $\langle\vec{v}_1\rangle$. Пры далейшым памяншэнні перамяшчэнняў ($\Delta\vec{r}_3$, $\Delta\vec{r}_4$, ...) і прамежкаў часу (Δt_3, Δt_4, ...) мы будзем атрымліваць сярэднія скорасці, якія ўсё менш і менш адрозніваюцца адна ад адной і ад імгненнай скорасці шарыка ў пункце O.

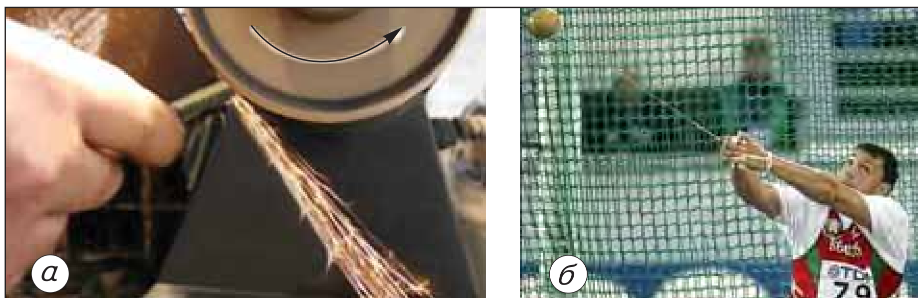
Значыць, даволі дакладнае значэнне імгненнай скорасці можна знайсці па формуле $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ пры ўмове, што прамежак часу Δt вельмі малы:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad (\Delta t \to 0). \qquad (3)$$

Абазначэнне $\Delta t \to 0$ напамінае, што скорасць, вызначаная па формуле (3), тым бліжэй да імгненнай скорасці, чым менш Δt.

Імгненную скорасць крывалінейнага руху цела знаходзяць аналагічна (мал. 70).

Як жа накіравана імгненная скорасць? Зразумела, што ў першым прыкладзе напрамак імгненнай скорасці супадае з напрамкам руху шарыка (гл. мал. 69). А з пабудавання на малюнку 70 відаць, што пры крывалінейным руху **імгненная скорасць накіравана па датычнай да траекторыі** ў тым пункце, у якім у гэты момант знаходзіцца цела, што рухаецца.


Мал. 71

Паназірайце за распаленымі часціцамі, якія адрываюцца ад тачыльнага каменя (мал. 71, *а*). Імгненная скорасць гэтых часціц у момант адрыву накіравана па датычнай да акружнасці, па якой яны рухаліся да адрыву. Аналагічна спартыўны молат (мал. 71, *б*) пачынае свой палёт па датычнай да той траекторыі, па якой ён рухаўся пры раскручванні кідальнікам.

Імгненная скорасць $\vec{v}$ пастаянная толькі пры раўнамерным прамалінейным руху. Пры руху па крывалінейнай траекторыі змяняецца яе напрамак (растлумачце чаму). Пры нераўнамерным руху змяняецца яе модуль.

Калі модуль імгненнай скорасці павялічваецца, то рух цела называюць *паскораным*, калі ён памяншаецца — *запаволеным*.

Прывядзіце самастойна прыклады паскораных і запаволеных рухаў.

У агульным выпадку пры руху цела можа змяняцца і модуль імгненнай скорасці, і яе напрамак (як у прыкладзе з аўтамабілем у пачатку параграфа) (гл. мал. 68).

У далейшым імгненную скорасць мы будзем называць проста скорасцю.

Галоўныя вывады

1. Хуткасць нераўнамернага руху на ўчастку траекторыі характарызуецца сярэдняй скорасцю, а ў дадзеным пункце траекторыі — імгненнай скорасцю.

2. Імгненная скорасць прыблізна роўна сярэдняй скорасці, вызначанай за малы прамежак часу. Чым меншы гэты прамежак часу, тым меншае адрозненне сярэдняй скорасці ад імгненнай.

3. Імгненная скорасць накіравана па датычнай да траекторыі руху.

4. Калі модуль імгненнай скорасці павялічваецца, то рух цела называюць паскораным, калі ён памяншаецца — запаволеным.

5. Пры раўнамерным прамалінейным руху імгненная скорасць аднолькавая ў любым пункце траекторыі.

Кантрольныя пытанні

1. Які рух называецца нераўнамерным? Ці можна сцвярджаць, што цела рухаецца раўнамерна, калі шляхі, што праходзіць цела за кожную гадзіну, аднолькавыя?
2. Што паказвае сярэдняя скорасць шляху? Сярэдняя скорасць перамяшчэння? Як іх вызначаюць?
3. Што такое імгненная скорасць? Як знайсці яе прыбліжанае значэнне? Як павялічыць дакладнасць вызначэння імгненнай скорасці?
4. Як накіравана імгненная скорасць пры прамалінейным руху? Пры крывалінейным руху?
5. Як паводзіць сябе модуль імгненнай скорасці пры раўнамерным руху? Пры нераўнамерным?
6. Які рух называюць паскораным? Запаволеным?

Прыклад рашэння задачы

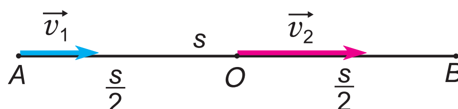
Першую палову прамалінейнай дыстанцыі лыжнік рухаўся з пастаяннай скорасцю $\vec{v}_1$, а другую палову — з пастаяннай скорасцю $\vec{v}_2$. Вызначыце сярэднюю скорасць руху лыжніка на ўсёй дыстанцыі, калі $v_1 = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Дадзена:
$v_1 = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$v_2 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$AO = OB$

$\langle v \rangle$ — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 72).



Мал. 72

Паколькі лыжнік рухаўся без змянення напрамку, яго сярэдняя скорасць накіравана таксама, як скорасці $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$.

Модуль сярэдняй скорасці $\langle v \rangle = \frac{s}{t}$, дзе s — даўжыня дыстанцыі, $t = t_1 + t_2$, $t_1 = \frac{s}{2v_1}$ — час праходжання першай, а $t_2 = \frac{s}{2v_2}$ — другой паловы дыстанцыі.

Знойдзем $\langle v \rangle$:

$$\langle v \rangle = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_2 + v_1};$$

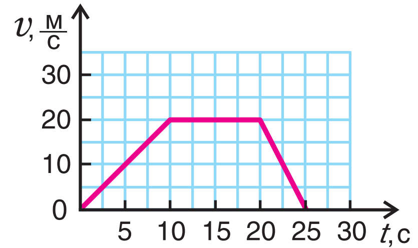
$$\langle v \rangle = \frac{2 \cdot 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{9{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Адказ: $\langle v \rangle = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Практыкаванне 5

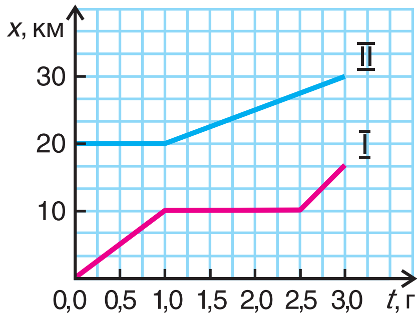
1. Турысты прайшлі шлях $s_1 = 10,0$ км за час $t_1 = 2,0$ г, затым зрабілі прывал, які доўжыўся $t_2 = 0,50$ г, пасля чаго прайшлі шлях $s_2 = 6,0$ км, што застаўся, за час $t_3 = 1,5$ г. Чаму роўна іх сярэдняя скорасць шляху на ўсім маршруце? Скорасць на кожным з яго ўчасткаў?

2. Аўтобус рухаўся прамалінейна. Графік залежнасці модуля скорасці яго руху ад часу паказаны на малюнку 73. Вызначыце модуль імгненнай скорасці аўтобуса ў моманты часу: $t_1 = 5$ с, $t_2 = 15$ с, $t_3 = 22,5$ с.



Мал. 73

3. На малюнку 74 дадзены графікі залежнасці каардынаты ад часу для прамалінейнага руху веласіпедыста і пешахода. У колькі разоў адрозніваюцца праекцыі іх сярэдняй скорасці перамяшчэння за час $t = 3$ г руху?



Мал. 74

4. Цацка, якой можна кіраваць, прайшла ўчастак шляху $s_1 = 3,0$ м за час $t_1 = 20$ с, а затым, рухаючыся перпендыкулярна да гэтага ўчастка, яшчэ шлях $s_2 = 4,0$ м за час $t_2 = 30$ с. Участкі шляху прамалінейныя. Начарціце чарцёж і знайдзіце сярэднюю скорасць шляху і сярэднюю скорасць перамяшчэння цацкі.

5. Вучань на ўроку фізкультуры прабег $N = 2,5$ круга радыусам $R = 60$ м за прамежак часу $\Delta t = 10$ мін. Знайдзіце шлях і перамяшчэнне вучня. Чаму роўны модуль сярэдняй скорасці перамяшчэння вучня? Чаму роўна сярэдняя скорасць шляху?

6. Пасажырскі катар палову часу рухаўся з пастаяннай скорасцю, модуль якой $\upsilon_1 = 30\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. З якой пастаяннай скорасцю ён павінен рухацца на працягу часу, што застаўся, каб яго сярэдняя скорасць шляху была роўна $\langle \upsilon \rangle = 40\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$?

7. Першую палову шляху аўтамабіль рухаўся раўнамерна са скорасцю, модуль якой $\upsilon_1 = 60\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а другую — у тым жа напрамку са скорасцю ў

$k = 1{,}5$ раза меншай. Знайдзіце сярэднюю скорасць руху аўтамабіля на ўсім шляху.

8. Лікавае значэнне якой фізічнай велічыні паказвае спідометр аўтамабіля?

§ 10. Складанне скарасцей

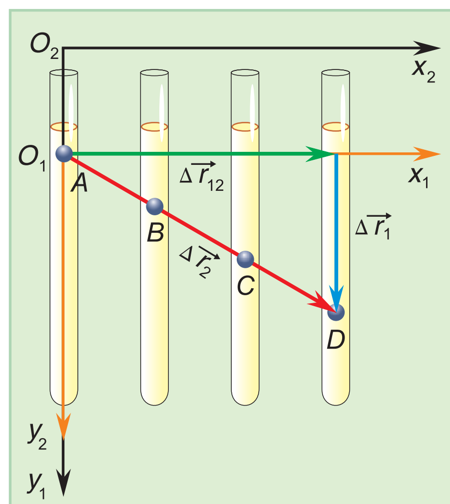
У штодзённым жыцці мы часта назіраем, як адны целы рухаюцца адносна другіх цел, што таксама рухаюцца. Напрыклад, авіяпасажыр перамяшчаецца па салоне самалёта, які ляціць, чалавек ідзе па эскалатары, які рухаецца (мал. 75), катар перасякае раку з быстрым цячэннем і г. д.

Якія ж заканамернасці такіх рухаў?



Мал. 75

Правядзём дослед. У вертыкальную шкляную трубку, запоўненую цукровым сіропам, апусцім металічны шарык (мал. 76). Трубку будзем раўнамерна перамяшчаць адносна школьнай дошкі ў гарызантальным напрамку.



Мал. 76

Сістэму адліку з восямі каардынат O_1x і O_1y, звязаную з трубкай, назавём *рухомай*, а сістэму адліку з восямі O_2x і O_2y, звязаную з дошкай, — *нерухомай*.

Назіраючы за рухам шарыка, будзем адзначаць на дошцы яго становішчы праз кожныя 10 с (пункты A, B, C, D).

З малюнка 76 відаць, што адносна трубкі шарык за 30 с выканаў перамяшчэнне $\Delta\vec{r}_1$. За гэты час трубка выканала перамяшчэнне $\Delta\vec{r}_{12}$ адносна школьнай дошкі. Відаць таксама, што перамяшчэнне $\Delta\vec{r}_2$ шарыка адносна дошкі роўна вектарнай суме перамяшчэнняў $\Delta\vec{r}_1$ і $\Delta\vec{r}_{12}$:

$$\Delta\vec{r}_2 = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_{12}. \quad (1)$$

Перамяшчэнне цела адносна нерухомай сістэмы адліку роўна вектарнай суме яго перамяшчэння адносна рухомай сістэмы і перамяшчэння рухомай сістэмы адносна нерухомай.

Усе гэтыя перамяшчэнні адбыліся за адзін і той жа прамежак часу Δt. Падзяліўшы ў формуле (1) кожнае з перамяшчэнняў на Δt, атрымаем:

$$\frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{r}_{12}}{\Delta t}. \qquad (2)$$

Вектар $\frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t} = \vec{v}_2$ — гэта скорасць руху шарыка адносна дошкі, $\frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t} = \vec{v}_1$ — скорасць руху шарыка адносна трубкі, а $\frac{\Delta \vec{r}_{12}}{\Delta t} = \vec{v}_{12}$ — скорасць, з якой трубка рухаецца адносна дошкі (гл. мал. 76).

Такім чынам,

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_{12}. \qquad (3)$$

Скорасць цела ў нерухомай сістэме адліку роўна вектарнай суме яго скорасці адносна рухомай сістэмы і скорасці рухомай сістэмы адносна нерухомай.

Гэта сцвярджэнне называюць ***законам складання скарасцей Галілея***.

Формула (3) справядлівая і для цел, якія рухаюцца нераўнамерна. У гэтым выпадку вектары $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ з'яўляюцца імгненнымі скарасцямі.

Адзначым, што нерухомай мы маглі б лічыць і сістэму адліку, звязаную з трубкай. Тады сістэма адліку, звязаная з дошкай, лічылася б рухомай. Дакажыце, што закон складання скарасцей ад гэтага не зменіцца.

Закон складання скарасцей (3) выкарыстоўваецца пры рашэнні многіх практычна важных задач. Ён дазваляе знайсці скорасць снарада, выпушчанага з рухомага танка, скорасць самалёта, які заходзіць на пасадку пры моцным ветры (мал. 77), і г. д.

Закон складання скарасцей Галілея прымяняльны толькі для рухаў са скарасцямі v, якія ў шмат разоў меншыя за скорасць святла:

$$v \ll c; \; c = 3 \cdot 10^8 \, \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

З законам складання скарасцей, параўнальных са скорасцю святла, вы пазнаёміцеся ў 11-м класе.



Мал. 77

Галоўныя вывады

1. Перамяшчэнне цела адносна нерухомай сістэмы адліку роўна вектарнай суме яго перамяшчэння адносна рухомай сістэмы і перамяшчэння рухомай сістэмы адносна нерухомай.

2. Скорасць цела ў нерухомай сістэме адліку роўна вектарнай суме яго скорасці адносна рухомай сістэмы і скорасці рухомай сістэмы адносна нерухомай.

Кантрольныя пытанні

1. Чаму не мае сэнсу гаварыць аб скорасці цела, не паказаўшы сістэму адліку?
2. Як вызначыць скорасць цела адносна нерухомай сістэмы адліку, ведаючы яго скорасць адносна рухомай сістэмы?
3. Ці можна правесці дослед з шарыкам у трубцы так, каб скорасць шарыка адносна школьнай дошкі была роўна нулю? Як гэта зрабіць?
4. У чым сэнс закону складання скарасцей Галілея?

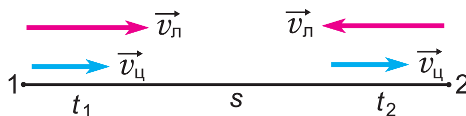
Прыклад рашэння задачы

Шлях ад адной прыстані да другой маторная лодка прайшла па цячэнні ракі за час $t_1 = 0{,}30$ г, а зваротны шлях — за час $t_2 = 0{,}70$ г. Модуль скорасці цячэння вады $v_ц = 7{,}2\ \frac{км}{г}$. Вызначыце модуль скорасці руху лодкі адносна вады, лічачы яго пастаянным.

Дадзена:
$v_ц = 7{,}2\ \frac{км}{г}$
$t_1 = 0{,}30$ г
$t_2 = 0{,}70$ г
$v_л$ — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 78).



Мал. 78

Адносна берага лодка плыла па цячэнні (ад прыстані 1 да прыстані 2) са скорасцю, модуль якой $v_{12} = v_л + v_ц$, а назад (ад прыстані 2 да прыстані 1) — са скорасцю, модуль якой $v_{21} = v_л - v_ц$.

Значыць, шлях ад прыстані 1 да прыстані 2: $s = (v_л + v_ц)t_1$, а шлях ад прыстані 2 да прыстані 1: $s = (v_л - v_ц)t_2$. Прыраўняўшы шляхі, атрымаем: $v_л t_1 + v_ц t_1 = v_л t_2 - v_ц t_2$. Адсюль

$$v_л = \frac{v_ц(t_1 + t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{7{,}2\ \frac{км}{г} \cdot 1\ г}{0{,}4\ г} = 18\ \frac{км}{г}.$$

Адказ: $v_л = 18\ \frac{км}{г}$.

Практыкаванне 6

1. Як знайсці скорасць плыўца адносна берага ракі, ведаючы яго скорасць адносна вады і скорасць цячэння вады ў рацэ?

2. Навошта спартсмен, перад тым як кінуць кап'ё, разбягаецца?

3. Ці аднолькавыя далёкасці палёту снарадаў, якія выпушчаны з нерухомага і рухомага танкаў? Чаму?

4. Ці можа модуль перамяшчэння цела адносна рухомай сістэмы адліку быць роўны модулю яго перамяшчэння адносна нерухомай сістэмы?

5. Модуль скорасці руху катара адносна вады $\upsilon_1 = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Якія значэнні можа прыняць модуль скорасці руху катара адносна берага, калі модуль скорасці цячэння вады $\upsilon_2 = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

6. Верталёт ляціць з Мінска на поўдзень. Модуль скорасці руху верталёта адносна паветра $\upsilon_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. У напрамку з поўначы на поўдзень дзьме вецер, модуль скорасці якога $\upsilon_2 = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Знайдзіце модуль скорасці верталёта адносна Зямлі і яго перамяшчэнне за час $t = 30$ мін палёту.

7. Рашыце папярэднюю задачу для выпадкаў, калі вецер дзьме: а) з поўдня на поўнач; б) з захаду на ўсход. Рашэнне пацвердзіце з дапамогай чарцяжа.

8. Плыт шырынёй $l = 10$ м плыве па рацэ са скорасцю, модуль якой $\upsilon_1 = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Плытагон, які быў на плыце, перайшоў з аднаго краю плыта на другі і вярнуўся назад. Чаму роўны модулі перамяшчэння плытагона за гэты час адносна плыта і адносна берага, калі скорасць руху плытагона адносна плыта $\vec{\upsilon}_2$ накіравана перпендыкулярна скорасці цячэння вады, а яе модуль $\upsilon_2 = 1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$? Знайдзіце таксама модуль скорасці руху плытагона адносна берага.

9. Упоперак ракі нацягнуты трос. Плывец павінен пераплысці цераз раку, плывучы паралельна тросу. Модуль скорасці цячэння вады $\upsilon_1 = 0{,}50\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Пад якім вуглом да троса павінна быць накіравана скорасць руху плыўца $\vec{\upsilon}_2$ адносна вады, калі яе модуль $\upsilon_2 = 1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$? Чаму роўны модуль скорасці руху плыўца адносна берага? Колькі часу будзе працягвацца пераправа пры шырыні ракі $l = 98$ м?



10. Дакажыце, што праплыць на катары адлегласць l уверх і ўніз па рацэ зойме больш часу, чым праплыць такую ж адлегласць уперад і назад па возеры.

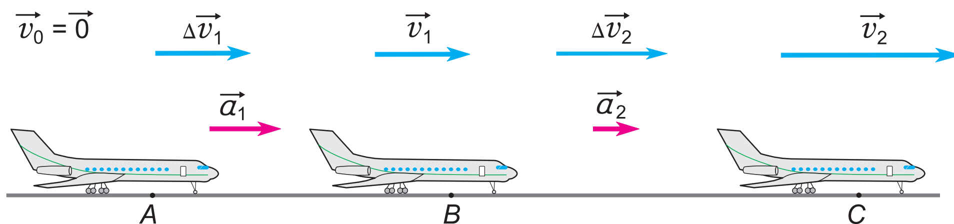


11. Эскалатар метро падымае пасажыра, які стаіць на ім, за час $t_1 = 0{,}5$ мін. Па нерухомым эскалатары пасажыр падняўся б за час $t_2 = 1{,}5$ мін. За які час падымецца пасажыр, ідучы ўверх па рухомым эскалатары?

§ 11. Паскарэнне

Усім вядома, што плаўнае тармажэнне аўтамабіля практычна неадчувальнае, а рэзкае — вельмі небяспечнае. Значыць, важна ведаць не толькі змяненне скорасці, але і ўмець вызначаць, наколькі хутка яна змяняецца. Якая ж фізічная велічыня характарызуе хуткасць змянення скорасці?

Разгледзім рух самалёта пры разбегу перад узлётам (мал. 79). Няхай у пункце B у канцы чацвёртай секунды руху самалёта модуль яго скорасці $v_1 = 8\ \frac{м}{с}$, а ў канцы дзясятай секунды ў пункце C $v_2 = 17\ \frac{м}{с}$.



Мал. 79

Змяненне скорасці руху самалёта на ўчастку AB роўна вектару $\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_0$. На ўчастку BC — вектару $\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Паколькі $|\Delta\vec{v}_1| = 8{,}0\ \frac{м}{с}$, $|\Delta\vec{v}_2| = 9{,}0\ \frac{м}{с}$, то на другім участку змяненне скорасці было большае.

А на якім жа ўчастку скорасць змянялася хутчэй? Падзяліўшы змяненне скорасці $\Delta\vec{v}$ на прамежак часу Δt, за які яно адбылося, мы знойдзем, што за адну секунду на ўчастку AB модуль скорасці змяняўся на $2\ \frac{м}{с}$, а на ўчастку BC — на $1{,}5\ \frac{м}{с}$. На першым участку змяненне скорасці адбывалася хутчэй.

Такім чынам, хуткасць змянення скорасці характарызуе адносіна $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. Велічыню $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ называюць *паскарэннем*.

Паскарэнне — гэта фізічная вектарная велічыня, роўная адносіне змянення скорасці да прамежку часу, за які гэта змяненне адбылося:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \qquad (1)$$

Формула (1) вызначае *сярэдняе* паскарэнне. Яно паказвае, наколькі ў сярэднім змяняецца скорасць за адзінку часу. Формулу (1) можна выкарыстоўваць і для вызначэння *імгненнага* паскарэння $\vec{a}$. Трэба толькі (як і пры пераходзе ад сярэдняй скорасці да імгненнай, гл. § 9) вылічаць паскарэнне за як мага меншы прамежак часу:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \ (\Delta t \to 0). \qquad (2)$$

Адзінкай паскарэння ў СІ з'яўляецца 1 $\frac{м}{с^2}$ — паскарэнне цела, якое прамалінейна рухаецца і модуль скорасці якога змяняецца на 1 $\frac{м}{с}$ за секунду.

Паскарэнне — адна з самых важных велічынь у механіцы. Кантраляваць паскарэнне неабходна пры руху транспарту, пры рабоце розных механізмаў, пры запуску касмічных караблёў і г. д. Для вымярэння паскарэння існуюць спецыяльныя прыборы — акселерометры (мал. 80) (лац. accelero — паскараю і грэч. metreo — вымяраю).

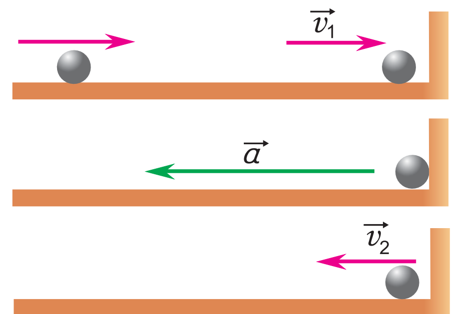
У аўтамабілі можна ўстанавіць устройства, забяспечанае акселерометрам і перадатчыкам, якое ў выпадку аварыі практычна імгненна паведаміць пра яе ў службу выратавання. Устройства спрацуе ад велізарнага кароткатэрміновага паскарэння, якое ўзнікае пры сутыкненні.

Вялікія паскарэнні пры саўдары цел атрымліваюцца з-за малой працягласці ўдару. Разгледзім прыклад. Стальны шарык ударaецца аб сценку са скорасцю $\vec{v}_1$, перпендыкулярнай сценцы, і адбіваецца ад яе са скорасцю $\vec{v}_2 = -\vec{v}_1$ (мал. 81).

Няхай $v_1 = 10\ \frac{м}{с}$, а працягласць удару $\Delta t = 10^{-4}$ с. Тады модуль змянення скорасці шарыка ў выніку ўдару $|\Delta \vec{v}| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 2v_1 = 20\ \frac{м}{с}$, а модуль яго паскарэн-



Мал. 80



Мал. 81

ня $a = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = 2 \cdot 10^5 \ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Паскарэнне шарыка ў час удару ў тысячы разоў большае, чым паскарэнне касмічнай ракеты на ўчастку разгону!

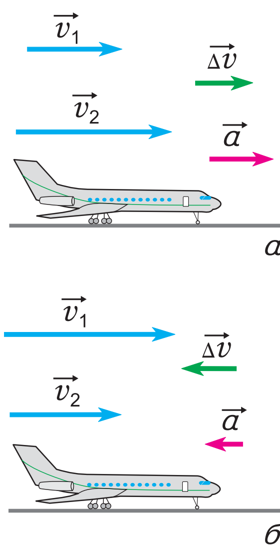
Паскарэнне — вектарная велічыня. Куды накіравана паскарэнне?

З формулы (1) відаць, што **напрамак сярэдняга паскарэння супадае з напрамкам вектара змянення скорасці $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.**

А як накіравана паскарэнне ў адносінах да скорасці ў той жа момант часу?

Як відаць з малюнка 82, *а*, пры разбегу самалёта напрамкі паскарэння і скорасці самалёта супадаюць.

Пры пасадцы самалёт запавольвае свой рух (мал. 82, *б*). У гэтым выпадку паскарэнне і скорасць маюць процілеглыя напрамкі. Зробім вывады.



Мал. 82

Пры прамалінейным руху паскарэнне накіравана або па скорасці, або процілегла ёй.

У першым выпадку модуль скорасці павялічваецца, і цела рухаецца паскорана. У другім — модуль скорасці памяншаецца, і цела рухаецца запаволена.

Прамалінейны рух з пастаянным паскарэннем называюць ***роўнапеременным рухам.***

А як накіравана паскарэнне пры крывалінейным руху? Гэта пытанне мы разгледзім у § 15. Адзначым толькі, што пры крывалінейным руху з-за змянення напрамку скорасці паскарэнне будзе адрозным ад нуля, нават калі модуль скорасці не змяняецца. **Толькі пры раўнамерным прамалінейным руху скорасць пастаянная, а паскарэнне ў любы момант часу роўна нулю.**

Галоўныя вывады

1. Паскарэнне характарызуе хуткасць змянення скорасці.
2. Сярэдняе паскарэнне накіравана па вектары змянення скорасці.
3. Пры прамалінейным руху паскарэнне накіравана або па скорасці, або процілегла ёй.
4. Калі паскарэнне накіравана па скорасці, то рух будзе паскораным, калі процілегла ёй — то запаволеным.
5. Толькі пры раўнамерным прамалінейным руху паскарэнне ў любы момант часу роўна нулю.

Кантрольныя пытанні

1. Куды накіравана сярэдняе паскарэнне? Як знайсці яго модуль?
2. У якіх адзінках вымяраецца паскарэнне?
3. Як накіравана паскарэнне ў адносінах да скорасці $\vec{v}$ пры прамалінейным руху? Да яе змянення $\Delta\vec{v}$?
4. Ці роўна нулю паскарэнне руху, пры якім модуль скорасці застаецца пастаянным, а траекторыя руху крывалінейная? Адказ пацвердзіце пабудаваннем.
5. Які рух называюць роўнапераменным?



6. Ці можа паскарэнне быць не роўным нулю ў той момант, калі роўна нулю скорасць? Адказ абгрунтуйце.
7. Ад чаго залежыць знак праекцыі паскарэння? Разгледзьце абодва прыклады (гл. мал. 82, *а*, *б*). У кожным з іх разгледзьце два варыянты напрамку восі *Ox* (управа і ўлева на малюнку).

§ 12. Скорасць пры прамалінейным руху з пастаянным паскарэннем

Самы просты з усіх нераўнамерных рухаў — прамалінейны рух з пастаянным паскарэннем. Яго называюць роўнапераменным.

Як жа змяняецца скорасць цела пры роўнапераменным руху?

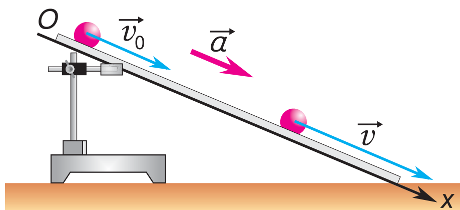
Разгледзім рух стальнога шарыка па нахіленым жолабе. Дослед паказвае, што яго паскарэнне практычна пастаяннае:

$$\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}}. \quad (1)$$

Няхай у момант часу $t = 0$ шарык меў пачатковую скорасць $\vec{v}_0$ (мал. 83). Як знайсці залежнасць скорасці шарыка ад часу?

Паскарэнне шарыка $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. У нашым прыкладзе $\Delta t = t$, $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$. Значыць, $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$, адкуль

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t.} \quad (2)$$



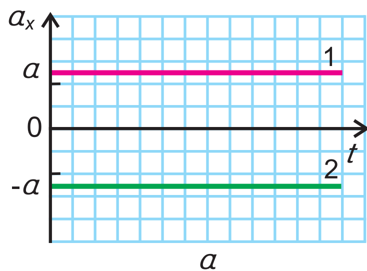
Мал. 83

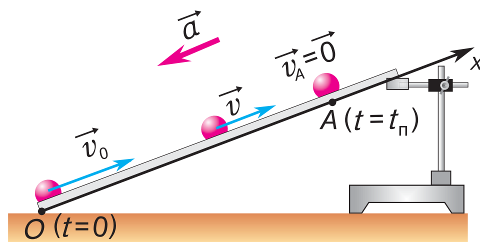
При руху з пастаянным паскарэннем скорасць цела лінейна залежыць ад часу.

З роўнасцей (1) і (2) вынікаюць формулы для праекцый:

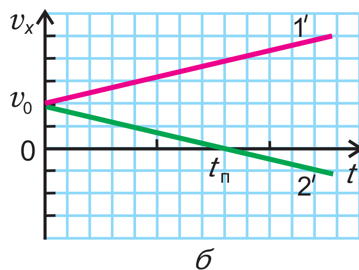
$$a_x = \text{const}; \quad (3)$$

$$\boxed{v_x = v_{0x} + a_x t.} \quad (4)$$





Мал. 85



Мал. 84

Пабудуем графікі залежнасці $a_x(t)$ і $v_x(t)$ (мал. 84, *а*, *б*).

Згодна з малюнкам 83 $a_x = a > 0$, $v_{0x} = v_0 > 0$. Тады залежнасці $a_x(t)$ адпавядае графік 1 (гл. мал. 84, *а*). Гэта прамая, паралельная восі часу. Залежнасці $v_x(t)$ адпавядае графік 1′, які апісвае нарастанне праекцыі скорасці (гл. мал. 84, *б*). Зразумела, што павялічваецца і модуль скорасці. Шарык рухаецца *роўнапаскорана*.

Разгледзім другі прыклад (мал. 85). Цяпер пачатковая скорасць шарыка $\vec{v}_0$ накіравана ўздоўж жолаба ўверх. Рухаючыся ўверх, шарык будзе паступова губляць скорасць. У пункце A ён на імгненне спыніцца і пачне скочвацца ўніз. Пункт A называюць пунктам павароту.

Згодна з малюнкам 85 $a_x = -a < 0$, $v_{0x} = v_0 > 0$, і формулам (3) і (4) адпавядаюць графікі 2 і 2′ (гл. мал. 84, *а*, *б*).

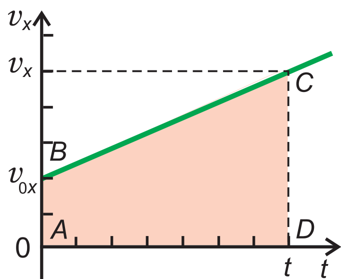
Графік 2′ паказвае, што спачатку, пакуль шарык рухаўся ўверх, праекцыя скорасці v_x была дадатнай. Яна памяншалася і ў момант часу $t = t_п$ стала роўнай нулю. У гэты момант шарык дасягнуў пункта павароту A (гл. мал. 85). У дадзеным пункце напрамак скорасці шарыка змяніўся на процілеглы і пры $t > t_п$ праекцыя скорасці стала адмоўнай.

З графіка 2′ (гл. мал. 84, *б*) відаць таксама, што да моманту павароту модуль скорасці памяншаўся — шарык рухаўся ўверх роўназапаволена. Пры $t > t_п$ модуль скорасці павялічваецца — шарык рухаецца ўніз роўнапаскорана.

Пабудуйце самастойна графікі залежнасці модуля скорасці ад часу для абодвух прыкладаў.

Якія яшчэ заканамернасці роўнапераменнага руху неабходна ведаць?

У § 8 мы даказалі, што для раўнамернага прамалінейнага руху плошча фігуры паміж графікам v_x і воссю часу (гл. мал. 57) лікава роўна праекцыі перамяшчэння Δr_x. Можна даказаць, што гэта правіла прымяняльнае і для нераўнамернага



Мал. 86

руху. Тады згодна з малюнкам 86 праекцыя перамяшчэння Δr_x пры роўнапераменным руху вызначаецца плошчай трапецыі $ABCD$. Гэта плошча роўна паўсуме асноў трапецыі $\frac{AB + DC}{2}$, памножанай на яе вышыню AD.

У выніку:

$$\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2}\Delta t. \qquad (5)$$

Паколькі сярэдняе значэнне праекцыі скорасці $\langle v_x \rangle = \frac{\Delta r_x}{\Delta t}$, то з формулы (5) вынікае:

$$\langle v_x \rangle = \frac{v_{0x} + v_x}{2}. \qquad (6)$$

Пры руху з пастаянным паскарэннем суадносіна (6) выконваецца не толькі для праекцый, але і для вектараў скорасці:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2}. \qquad (7)$$

Сярэдняя скорасць руху з пастаянным паскарэннем роўна паўсуме пачатковай і канечнай скарасцей.

Формулы (5), (6) і (7) нельга выкарыстоўваць для руху з непастаянным паскарэннем. Гэта можа прывесці да грубых памылак.

Праверце самастойна, што плошча фігуры, якая абмежавана графікам праекцыі паскарэння a_x і воссю часу t (гл. мал. 84, a), узятая са знакам «+» пры $a_x > 0$ і са знакам «–» пры $a_x < 0$, лікава роўна змяненню праекцыі скорасці Δv_x за час ад 0 да t.

Дакажыце таксама, што тангенс вугла нахілу графіка праекцыі скорасці v_x да восі часу t (гл. мал. 86) лікава роўны праекцыі паскарэння a_x.

Галоўныя вывады

1. Пры руху з пастаянным паскарэннем скорасць лінейна залежыць ад часу.

2. Пры роўнапаскораным руху напрамкі імгненнай скорасці і паскарэння супадаюць, пры роўназапаволеным — яны процілеглыя.

3. Сярэдняя скорасць руху з пастаянным паскарэннем роўна паўсуме пачатковай і канечнай скарасцей.

Кантрольныя пытанні

1. Як залежыць скорасць ад часу пры руху з пастаянным паскарэннем?
2. Што ўяўляе сабой графік праекцыі скорасці пры роўнапераменным руху?
3. Ці можа пры роўнапераменным руху паўтарыцца значэнне модуля скорасці цела? Прывядзіце прыклады.
4. Як, ведаючы праекцыі v_x і a_x, вызначыць, паскараецца або запавольваецца рух цела?
5. У якіх выпадках праекцыі вектараў v_x, v_{0x} і a_x роўны модулям вектараў v, v_0 і a?
6. Што адбываецца са скорасцю і з паскарэннем у пункце павароту (гл. мал. 84, *б*)?

Прыклад рашэння задачы

Аўтамабіль рухаўся са скорасцю, модуль якой $v_1 = 72\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Убачыўшы чырвонае святло святлафора, вадзіцель на ўчастку шляху $s = 50$ м раўнамерна знізіў скорасць да $v_2 = 18\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначыце характар руху аўтамабіля. Знайдзіце напрамак і модуль паскарэння, з якім рухаўся аўтамабіль пры тармажэнні.

Дадзена:

$v_1 = 72\ \frac{\text{км}}{\text{г}} = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = 18\ \frac{\text{км}}{\text{г}} = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$s = 50$ м

a — ?

Рашэнне

Рух аўтамабіля быў роўназапаволеным. Паскарэнне аўтамабіля накіравана процілегла скорасці яго руху.

Модуль паскарэння:

$$a = \left|\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}\right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t}.$$

Час тармажэння:

$$\Delta t = \frac{s}{\langle v \rangle}, \text{ дзе } \langle v \rangle = \frac{v_2 + v_1}{2}.$$

Тады

$$a = \left|\frac{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)}{2s}\right| = \frac{|v_2^2 - v_1^2|}{2s} = \frac{400\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 25\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2 \cdot 50\ \text{м}} \approx 3{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Адказ: $a = 3{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Практыкаванне 7

1. Праекцыя паскарэння матэрыяльнага пункта, які рухаецца ўздоўж восі *Ox*, $a_x = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Праекцыя яго пачатковай скорасці $v_{0x} = -4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Пабудуйце графікі залежнасцей ад часу праекцый скорасці і паскарэння на вось *Ox*.

2. Шарыку надалі пачатковую скорасць, накіраваную ўздоўж нахіленага жолаба ўверх. Колькі часу ён будзе рухацца ўверх да пункта павароту? Колькі часу будзе вяртацца назад? Модуль пачатковай скорасці шарыка $v_0 = 96\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Модуль яго паскарэння $a = 40\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.

3. Веласіпедыст, рухаючыся роўнапаскорана па нахіленым участку шашы, павялічыў модуль скорасці свайго руху з $v_1 = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ да $v_2 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ за час $\Delta t = 10$ с. З якім паскарэннем рухаўся веласіпедыст? Пабудуйце графікі залежнасцей ад часу праекцый скорасці і паскарэння веласіпедыста.

4. Пры набліжэнні да станцыі модуль скорасці руху лакаматыва змяніўся ад $v_1 = 72\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$ да нуля за прамежак часу $\Delta t = 1{,}5$ мін. Вызначыце модуль паскарэння руху лакаматыва. Куды было накіравана паскарэнне? Пабудуйце графікі залежнасцей ад часу праекцый скорасці і паскарэння лакаматыва.

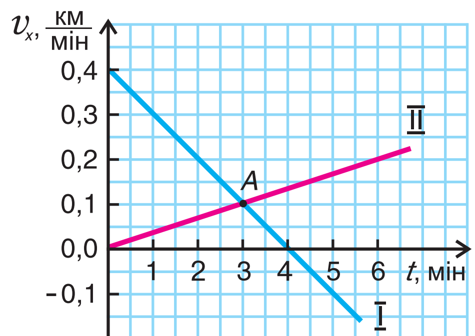
5. На колькі павялічыцца скорасць санак, на якіх дзеці з'язджаюць з гары, за час $t = 12$ с, калі модуль паскарэння санак $a = 0{,}80\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$?

6. Маторная лодка рухалася з пастаянным паскарэннем, праекцыя якога $a_x = -0{,}30\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Праекцыя скорасці лодкі змянілася ад $v_{1x} = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ да $v_{2x} = 1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. За які прамежак часу адбылося гэта змяненне?

7. Праекцыя v_x імгненнай скорасці шарыка, якому надалі пачатковую скорасць, накіраваную ўздоўж нахіленага жолаба ўверх (гл. мал. 85), змяняецца з часам па законе: $v_x = A - Bt$, дзе $A = 90\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $B = 75\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Вызначыце модулі паскарэння і пачатковай скорасці шарыка. Як накіравана паскарэнне ў адносінах да пачатковай скорасці шарыка? Якой будзе праекцыя скорасці шарыка праз час $t_1 = 0{,}6$ с і $t_2 = 1{,}8$ с ад пачатку руху? Праз які час шарык дасягне самага высокага пункта свайго пад'ёму? Пабудуйце графікі залежнасцей ад часу праекцый скорасці і паскарэння шарыка на вось *Ox*.



8. Па графіках праекцый скорасці руху матацыкліста I і бегуна II (мал. 87) вызначыце: а) праекцыі паскарэння іх руху; б) праекцыі іх скорасці ў момант часу $t = 3{,}0$ мін; в) час руху матацыкліста да спынення і модуль яго перамяшчэння за гэты час. Знайдзіце залежнасці праекцый скорасці v_x ад часу для кожнага з рухаў. Што абазначае пункт *A* перасячэння графікаў праекцый скорасці?



Мал. 87

§ 13. Перамяшчэнне, каардыната і шлях пры роўнапераменным руху

Мы ведаем, што пры роўнапераменным руху скорасць цела лінейна залежыць ад часу. А як пры гэтым залежыць ад часу перамяшчэнне? Каардыната? Пройдзены шлях?

У папярэднім параграфе для роўнапераменнага руху былі атрыманы выразы для праекцыі скорасці:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad (1)$$

і праекцыі перамяшчэння:

$$\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t. \qquad (2)$$

Падстаўляючы v_x з формулы (1) у формулу (2), атрымаем залежнасць праекцыі перамяшчэння ад часу:

$$\boldsymbol{\Delta r_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}}. \qquad (3)$$

Улічыўшы, што праекцыя перамяшчэння $\Delta r_x = x - x_0$, з формулы (3) знаходзім каардынату:

$$\boldsymbol{x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}}. \qquad (4)$$

Формула (4) выражае *кінематычны закон роўнапераменнага руху*. Функцыі (3) і (4) называюцца *квадратычнымі*. Значыць,

пры роўнапераменным руху праекцыя перамяшчэння цела і каардыната квадратычна залежаць ад часу.

Параўнаем залежнасці асноўных кінематычных велічынь для двух відаў прамалінейнага руху (табл. 1).

Табліца 1

	Раўнамерны рух	Роўнапераменны рух
Праекцыя паскарэння	$a_x = 0$	$a_x = \text{const}$
Праекцыя скорасці	$v_x = v_{0x} = \text{const}$	$v_x = v_{0x} + a_x t$
Праекцыя перамяшчэння	$\Delta r_x = v_{0x} t$	$\Delta r_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$
Каардыната	$x = x_0 + v_{0x} t$	$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$

З табліцы відаць, што пры $a_x = 0$ формулы роўнапераменнага руху пераходзяць у формулы раўнамернага.

Зададзім канкрэтныя значэнні v_{0x} і a_x і з дапамогай формулы (1) пабудуем графікі праекцыі скорасці. Пры $v_{0x} = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$ і трох варыянтах значэнняў праекцыі паскарэння: $a_x = 0$, $a_x = 5\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$ і $a_x = -5\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$ — атрымаюцца прамалінейныя графікі 0, 1 і 2 адпаведна (мал. 88). Такія графікі мы вывучалі ў § 12 на прыкладах руху шарыка па нахіленай плоскасці (гл. мал. 83—85). Графік 0 — гэта графік праекцыі скорасці раўнамернага руху, графік 1 — роўнапаскоранага, а графік 2 — роўнапераменнага руху з паскарэннем, накіраваным процілегла пачатковай скорасці.

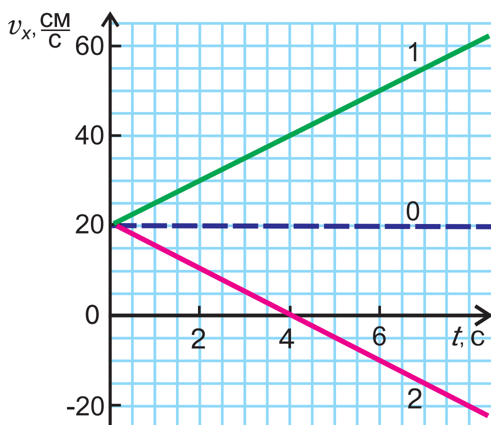
Цяпер па формуле (3) пабудуем графікі праекцыі перамяшчэння. Пры $a_x = 0$, г. зн. для раўнамернага руху, графікам з'яўляецца нахіленая прамая 0* (мал. 89).

Як відаць з табліцы 1, формулы для праекцыі перамяшчэння пры раўнамерным і роўнапераменным руху адрозніваюцца толькі на складаемае $\frac{a_x t^2}{2}$.

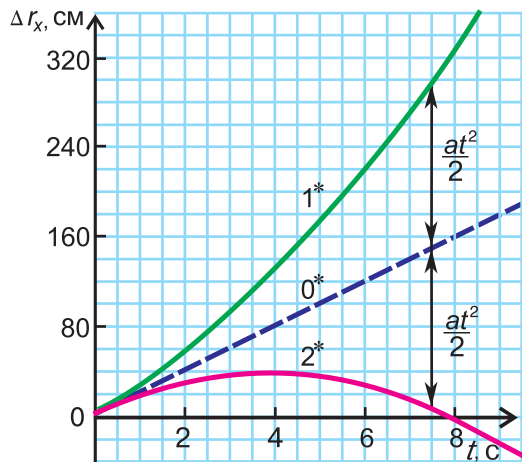
Таму для пабудавання графіка 1* ($a_x > 0$) пункты графіка 0* для кожнага значэння t належыць падняць на $\frac{at^2}{2}$, а для пабудавання графіка 2* ($a_x < 0$) — на столькі ж апусціць (гл. мал. 89).

Паколькі Δr_x квадратычна залежыць ад часу, **графікі праекцыі перамяшчэння пры роўнапераменным руху з'яўляюцца ўчасткамі парабал**.

На графіку 1* праекцыя перамяшчэння ўвесь час нарастае, а на графіку 2* — нарастае да моманту часу $t_п = 4$ с, а затым спадае (гл. мал. 89). Так адбываецца

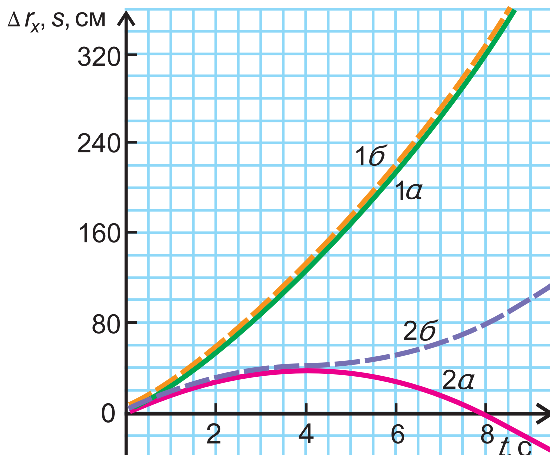


Мал. 88



Мал. 89

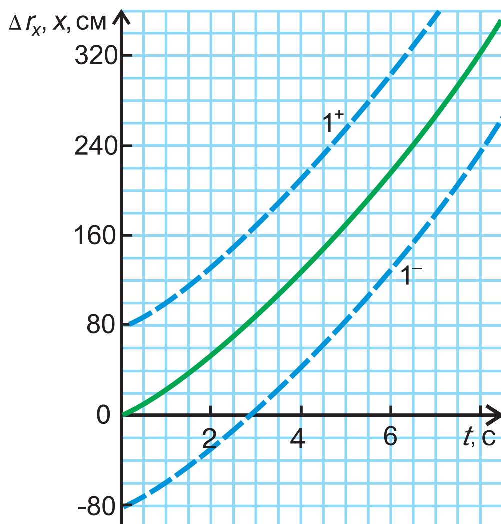
таму, што ў момант часу $t_п$ скорасць цела $\vec{v} = 0$, а напрамак руху цела змяняецца на процілеглы (гл. графік 2 на мал. 88, а таксама мал. 85). Моманту часу $t_п$ на графіку 2* адпавядае вяршыня парабалы.



Мал. 90

А якім будзе графік шляху? Для руху, пры якім напрамак скорасці не змяняецца, графік шляху супадае з графікам праекцыі перамяшчэння (мал. 90, графікі 1*а* і 1*б*). Калі ж скорасць змяняе свой напрамак, то гэтыя графікі супадаюць толькі пры $0 < t < t_п$ (гл. мал. 90, графікі 2*а* і 2*б*). Пасля моманту павароту $t_п$ праекцыя перамяшчэння пачынае памяншацца, а шлях працягвае нарастаць. Ён павялічваецца настолькі, наколькі за гэты ж час памяншаецца праекцыя перамяшчэння. Графікі шляху паказаны на малюнку 90 штрыхавымі лініямі.

Паколькі каардыната $x = x_0 + \Delta r_x$, то графік каардынаты атрымліваецца з графіка праекцыі перамяшчэння зрушэннем на $|x_0|$ (уверх пры $x_0 > 0$ або ўніз пры $x_0 < 0$). На малюнку 91 суцэльная лінія — гэта графік Δr_x, лінія 1^+ — графік каардынаты пры $x_0 = 80$ см, лінія 1^- — графік каардынаты пры $x_0 = -80$ см.



Мал. 91

Скорасць пры роўнапераменным руху лінейна залежыць ад часу. А як жа залежыць скорасць ад перамяшчэння?

Выразім час з формулы (1):

$$t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}.$$

Падставім t у роўнасць (2) і атрымаем:

$$\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}.$$

Значыць,

$$\Delta r_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}, \qquad (5)$$

адкуль

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta r_x. \quad (6)$$

Формула (6) паказвае, што пры роўнапераменным руху квадрат скорасці лінейна залежыць ад перамяшчэння.

Адзначым, што пры руху з пастаянным паскарэннем суадносіны (1) і (3) выконваюцца не толькі для праекцый, але і для вектараў:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t; \quad (7)$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \quad (8)$$

Формулы (7) і (8) справядлівыя і для прамалінейнага, і для крывалінейнага руху пры $\vec{a} = \text{const}$.

Галоўныя вывады

1. Пры роўнапераменным руху перамяшчэнне і каардыната цела, якое рухаецца, — квадратычныя функцыі часу.

2. Графікі залежнасці праекцыі перамяшчэння і каардынаты ад часу для роўнапераменнага руху з'яўляюцца ўчасткамі парабал.

3. Вяршыня парабалы на графіку праекцыі перамяшчэння адпавядае моманту часу, пры якім імгненная скорасць роўна нулю.

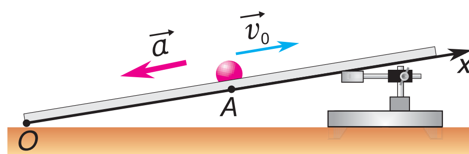
Кантрольныя пытанні

1. Як, выкарыстоўваючы графік праекцыі перамяшчэння пры раўнамерным руху, атрымаць графік гэтай велічыні для роўнапераменнага руху?
2. Як залежаць перамяшчэнне і каардыната ад часу пры роўнапераменным руху?
3. Як, ведаючы графік праекцыі перамяшчэння, атрымаць графік каардынаты? Што пры гэтым трэба ведаць яшчэ?
4. У якім выпадку графікі праекцыі перамяшчэння і каардынаты супадаюць?
5. Дзе размешчана вяршыня парабалы на графіку каардынаты, калі $v_{0x} > 0$, $a_x > 0$?

Прыклад рашэння задачы

Шарыку, які знаходзіцца ў пункце A, што размешчаны пасярэдзіне нахіленага жолаба даўжынёй $l = 100$ см (мал. 92), надалі пачатковую скорасць, накіраваную ўздоўж нахіленага жолаба ўверх. Модуль гэтай скорасці $v_0 = 40\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Паскарэнне шарыка накіравана ўздоўж жолаба ўніз. Модуль паскарэння $a = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Знайдзіце каардынату пункта павароту і час, за які шарык яго дасягне. Вызначыце момант

часу t_2, калі шарык вернецца ў пункт A, і момант часу t_3, калі шарык апынецца ў ніжнім пункце O жолаба. Пабудуйце графікі праекцый скорасці, перамяшчэння, а таксама графік каардынаты шарыка за час ад пачатку руху да моманту t_3.



Мал. 92

Дадзена:
$l_0 = 100$ см
$v_0 = 40\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$
$a = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$
$x_0 = 50$ см
t_1 — ?
t_2 — ?
t_3 — ?
x_1 — ?

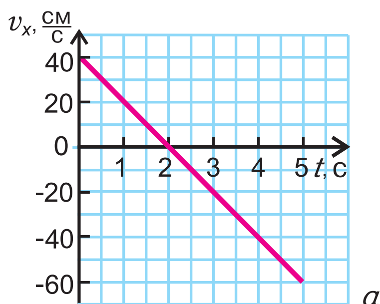
Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (гл. мал. 92). Рэшым задачу графічна.

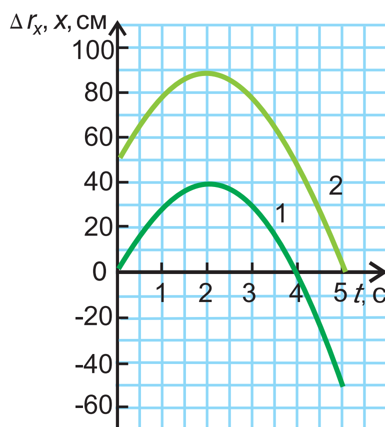
Выберам вось Ox, як паказана на малюнку. Тады праекцыя скорасці $v_x = v_0 - at$, праекцыя перамяшчэння $\Delta r_x = v_0 t - \frac{at^2}{2}$, каардыната $x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}$, дзе $x_0 = 0{,}5 l_0 = 50$ см, $v_{0x} = v_0 = 40\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $a_x = -a = -20\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Па гэтых формулах знойдзем значэнні v_x і Δr_x для момантаў часу $t = 0$; 1,0 с; 2,0 с; 3,0 с; 4,0 с; 5,0 с і запішам рэзультаты ў табліцу.

t, с	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
v_x, $\frac{\text{см}}{\text{с}}$	40	20	0	−20	−40	−60
Δr_x, см	0	30	40	30	0	−50

Выкарыстаўшы атрыманыя значэнні, будуем графікі праекцый скорасці (мал. 93, *а*) і перамяшчэння (мал. 93, *б*, графік 1) за прамежак часу ад 0 да 5 с.



а



б Мал. 93

Графік каардынаты атрымаем, зрушыўшы графік праекцыі перамяшчэння на $x_0 = 50$ см уверх (гл. мал. 93, *б*, графік 2). З графікаў і табліцы знаходзім: каардыната пункта павароту $x_1 = 90$ см; шарык дасягнуў яго ў момант $t_1 = 2,0$ с; у пункт *A* шарык вярнуўся ў момант $t_2 = 4,0$ с, а ў пункце *O* апынуўся ў момант $t_3 = 5,0$ с.

Адказ: $t_1 = 2,0$ с; $t_2 = 4,0$ с; $t_3 = 5,0$ с; $x_1 = 90$ см.

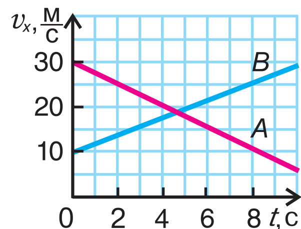
Практыкаванне 8

1. Цялежка з'язджае з вяршыні нахіленай плоскасці за час $t = 4,0$ с, рухаючыся з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Пачатковая скорасць цялежкі роўна нулю. Вызначыце даўжыню нахіленай плоскасці.

2. Электравоз, падыходзячы да станцыі са скорасцю, модуль якой $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, пачынае тармазіць і праз час $t = 1,0$ мін спыняецца. Вызначыце тармазны шлях электравоза. З якім сярэднім паскарэннем рухаўся электравоз?

3. Праекцыя скорасці шарыка, які рухаецца па прамалінейным жолабе, залежыць ад часу па законе: $v_x = A + Bt$, дзе $A = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $B = 2,0\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Вызначыце праекцыю пачатковай скорасці і праекцыю паскарэння шарыка. Знайдзіце залежнасць праекцыі перамяшчэння Δr_x шарыка ад часу. Знайдзіце значэнні v_x і Δr_x у момант часу $t = 6,0$ с. Пабудуйце графікі праекцый скорасці і перамяшчэння шарыка.

4. Па графіках праекцыі скорасці цел *A* і *B*, якія рухаюцца прамалінейна (мал. 94), пабудуйце графікі праекцый іх паскарэння і перамяшчэння. Ахарактарызуйце гэтыя рухі. Чаму роўна адносіна шляхоў, пройдзеных кожным целам да момантаў часу $t_1 = 4,0$ с і $t_2 = 8,0$ с ад пачатку руху? Запішыце кінематычны закон руху кожнага з цел, калі $x_0 = 0$.



Мал. 94



5. Пад'ёмны кран падымае груз са стану спакою з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 0,3\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Як адносяцца шляхі, якія праходзіць груз за 1, 2, 3 і 4-ю секунды руху? Пацвердзіце адказ графікам залежнасці модуля скорасці руху грузу ад часу.

6. Кінематычны закон руху кінутай уверх металічнай шрацінкі мае выгляд: $y = At - Bt^2$, дзе $A = 20,0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B = 5,0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Вызначыце шлях, модуль перамяшчэння і каардынату шрацінкі да момантаў часу $t_1 = 1,0$ с, $t_2 = 2,0$ с і $t_3 = 3,0$ с ад пачатку руху. Пабудуйце графікі залежнасці ад часу праекцый паскарэння, скорасці, каардынаты шрацінкі, модуля перамяшчэння і шляху.

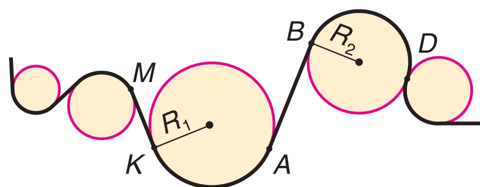
§ 14. Крывалінейны рух. Лінейная і вуглавая скорасці

Мы вывучылі прамалінейны рух — раўнамерны і роўнапераменны. Аднак крывалінейны рух сустракаецца значна часцей (мал. 95, а, б). Якія ж заканамернасці такога руху?



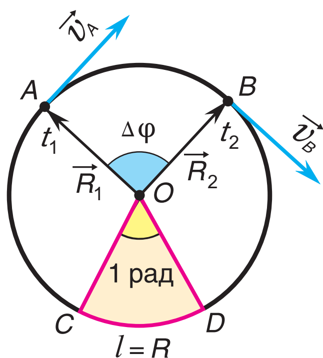
Мал. 95

Няхай цела рухаецца па крывалінейнай траекторыі, паказанай на малюнку 96. Яе (як і любую іншую) можна прыбліжана разбіць на прамалінейныя ўчасткі (*MK*, *AB*, ...) і дугі акружнасцей (*KA*, *BD*, ...) адпаведных радыусаў.



Мал. 96

Кінематыку прамалінейнага руху мы ўжо вывучылі. Разгледзім цяпер рух цела (прымаючы яго за матэрыяльны пункт) па акружнасці радыусам R (мал. 97).



Мал. 97

Рухаючыся па траекторыі, у кожны момант часу цела мае імгненную скорасць $\vec{v}$. Пры разгляданні руху па акружнасці яе прынята называць *лінейнай скорасцю*.

Каб ахарактарызаваць становішча цела, якое рухаецца, правядзём вектар $\vec{R}$ з цэнтра акружнасці ў той пункт траекторыі, дзе ў дадзены момант знаходзіцца цела (гл. мал. 97). Вектар $\vec{R}$ называюць **радыус-вектарам**.

На малюнку 97 радыус-вектар $\vec{R}_1$ характарызуе становішча цела ў момант часу t_1, а радыус-вектар $\vec{R}_2$ — у момант часу t_2.

За час $\Delta t = t_2 - t_1$ радыус-вектар $\vec{R}$ павернецца на вугал $\Delta\varphi$. Цела рухаецца па акружнасці, а яго радыус-вектар выконвае вярчальны рух.

У СІ вугал павароту вымяраецца ў *радыянах* (скарочана — *рад*). **1 рад — гэта цэнтральны вугал, даўжыня дугі якога роўна радыусу акружнасці** (гл. мал. 97, вугал *COD*). Значыць, калі цела пройдзе па акружнасці шлях s, то значэнне вугла павароту яго радыус-вектара ў радыянах будзе роўна:

$$\Delta\varphi = \frac{s}{R}. \qquad (1)$$

Напрыклад, калі радыус-вектар выконвае адзін поўны абарот, то шлях будзе роўны даўжыні акружнасці $s_1 = 2\pi R$, а вугал павароту $\Delta\varphi_1 = \frac{s_1}{R} = 2\pi$ рад. Паколькі ў градуснай меры вугал $\Delta\varphi_1 = 360°$, то 2π рад $= 360°$, а 1 рад $= \frac{360°}{2\pi} \approx 57{,}30° \approx 57°18'$.

Разгледзім самы просты з крывалінейных рухаў — *раўнамерны рух па акружнасці*.

У гэтым выпадку за любыя роўныя прамежкі часу цела праходзіць аднолькавыя шляхі і модуль лінейнай скорасці $v = \text{const}$. Аднак напрамак вектара $\vec{v}$ безупынна змяняецца (гл. мал. 97). Значыць, пры раўнамерным руху па акружнасці (як і пры любым крывалінейным руху) лінейная скорасць цела непастаянная: $\vec{v} \neq \text{const}$.

Калі цела рухаецца па акружнасці раўнамерна, то яго радыус-вектар выконвае *раўнамернае вярчэнне*. Хуткасць вярчальнага руху характарызуюць *вуглавой скорасцю*. Яе абазначаюць літарай ω (амега). Пры раўнамерным вярчэнні **вуглавая скорасць роўна адносіне вугла павароту радыус-вектара да прамежку часу, за які гэты паварот адбыўся:**

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \qquad (2)$$

Лікавае значэнне вуглавой скорасці паказвае, на які вугал павернецца радыус-вектар за адзінку часу. Пры раўнамерным вярчэнні вуглавая скорасць пастаянная.

Адзінкай вуглавой скорасці ў СІ з'яўляецца *1 радыян у секунду* $\left(1\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$.

Як звязаны паміж сабой модуль лінейнай скорасці v цела, якое рухаецца па акружнасці, і вуглавая скорасць ω вярчэння яго радыус-вектара?

Падставіўшы $\Delta\varphi$ з формулы (1) у формулу (2), атрымаем: $\omega = \frac{s}{R\Delta t}$. Адносіна $\frac{s}{\Delta t} = v$. Значыць,

$$\omega = \frac{v}{R}. \quad (3)$$

Важнай характарыстыкай раўнамернага руху цела па акружнасці з'яўляецца *перыяд абарачэння*.

Перыяд абарачэння роўны часу, за які цела (матэрыяльны пункт) выконвае адзін поўны абарот па акружнасці.

Абазначым перыяд літарай $\boldsymbol{T}$. За час T радыус-вектар паварочваецца на вугал $\Delta\varphi = 2\pi$. Значыць, згодна з формулай (2) вуглавая скорасць раўнамернага вярчэння:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (4)$$

З перыядам і вуглавой скорасцю звязана *частата вярчэння*. Яе звычайна абазначаюць грэчаскай літарай $\boldsymbol{\nu}$ (ню).

Частата вярчэння роўна адносіне ліку абаротаў да прамежку часу, за які яны выкананы.

Яе лікавае значэнне паказвае, колькі абаротаў выконваецца за адзінку часу. Няхай за 2 с зроблена $N = 10$ абаротаў. Тады частата вярчэння роўна 5 абаротам у секунду, а час аднаго абароту, г. зн. перыяд $T = 0{,}2$ с. Такім чынам, частата ёсць велічыня, адваротная перыяду:

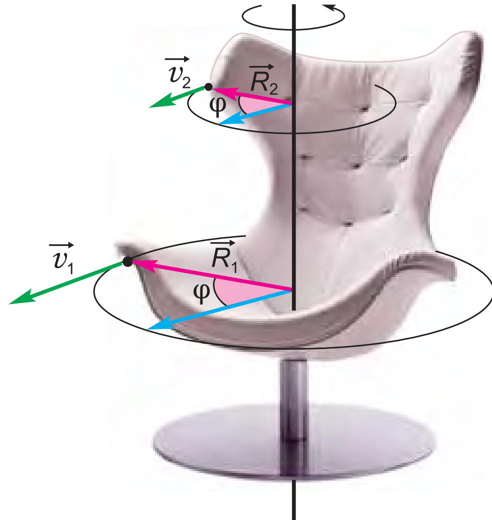
$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (5)$$

Адзінкай частаты вярчэння ў СІ з'яўляецца *1 абарот у секунду*, або $\frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}$. З формул (4) і (5) знаходзім:

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (6)$$

Мы разгледзелі рух цела па акружнасці. Разгледзім цяпер цела, якое раўнамерна верціцца вакол нерухомай восі (мал. 98).

Пункты, якія знаходзяцца на восі, нерухомыя. Астатнія пункты цела апісваюць акружнасці, якія ляжаць у плоскасцях, перпендыкулярных восі вяр-



Мал. 98

чэння. Калі цела ў працэсе вярчэння не дэфармуецца, то вуглы павароту φ радыус-вектараў гэтых пунктаў за адзін і той жа час аднолькавыя (гл. мал. 98). Значыць, *перыяд, частата* і *вуглавая скорасць* для пунктаў такога цела таксама аднолькавыя.

У той жа час модулі лінейнай скорасці пунктаў цела залежаць ад іх адлегласці да восі (гл. мал. 98). Згодна з формулай (3)

$$v = \omega R.$$

Модулі лінейных скарасцей пунктаў цела, якое верціцца, прама прапарцыянальны адлегласці да восі вярчэння (гл. мал. 98).

Галоўныя вывады

1. Вуглавая скорасць вярчальнага руху лікава роўна вуглу павароту радыус-вектара за адзінку часу.
2. Адзінка вуглавой скорасці — 1 радыян у секунду.
3. Частата вярчэння ёсць велічыня, адваротная перыяду.
4. Модулі лінейных скарасцей пунктаў цела, якое верціцца, прама прапарцыянальны адлегласці да восі вярчэння.

Кантрольныя пытанні

1. Ці пастаянная скорасць цела пры яго раўнамерным руху па акружнасці? Ці пастаянны модуль гэтай скорасці? Чаму?
2. Які фізічны сэнс мае вуглавая скорасць? У якіх адзінках яна вымяраецца?
3. Як звязана вуглавая скорасць з лінейнай?
4. Як звязаны перыяд абарачэння з вуглавой скорасцю? З частатой вярчэння?
5. Ці аднолькавыя перыяды абарачэння пунктаў цела, якое верціцца вакол восі? Ці аднолькавыя лінейныя скорасці гэтых пунктаў? Чаму?

Прыклад рашэння задачы

Вал электрарухавіка кавамолкі выконвае $N = 45$ абаротаў за час $t = 6{,}0$ с. Вызначыце перыяд, частату і вуглавую скорасць раўнамернага вярчэння вала.

Дадзена:
$N = 45$
$t = 6{,}0$ с

T — ?
ν — ?
ω — ?

Рашэнне

Частата вярчэння:

$$\nu = \frac{N}{t};\ \nu = \frac{45}{6{,}0\ \text{с}} = 7{,}5\ \text{с}^{-1}.$$

Улічваючы сувязь паміж перыядам і частатой, знаходзім:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{7{,}5\ \text{с}^{-1}} = 0{,}13\ \text{с}.$$

Вуглавая скорасць:

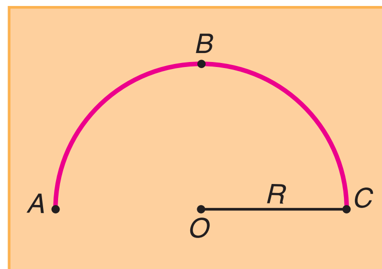
$$\omega = 2\pi\nu = 6{,}28\ \text{рад} \cdot 7{,}5\ \text{с}^{-1} = 47\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Адказ: $T = 0{,}13$ с; $\nu = 7{,}5\ \text{с}^{-1}$; $\omega = 47\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Практыкаванне 9

1. Колькі радыян змяшчае цэнтральны вугал, даўжыня дугі якога роўна дыяметру акружнасці? Палове даўжыні акружнасці?

2. Жолаб, сагнуты ў выглядзе паловы акружнасці, радыус якой R, ляжыць на стале (мал. 99, выгляд зверху). Па жолабе з пункта A ў пункт C раўнамерна рухаецца шарык. Які шлях ён прайшоў? Чаму роўны перамяшчэнне і модуль перамяшчэння шарыка? Пакажыце вектары лінейнай скорасці шарыка ў пунктах A, B і C.



Мал. 99

3. Выкарыстаўшы рашэнне папярэдняй задачы, знайдзіце і пакажыце вектары: $\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}_B - \vec{v}_A$, $\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_C - \vec{v}_B$ і $\Delta\vec{v}_3 = \vec{v}_C - \vec{v}_A$.

4. Чаму роўна адносіна шляху да модуля перамяшчэння пры руху шарыка (гл. мал. 99): а) з пункта A ў пункт B; б) з пункта A ў пункт C? Які вывад з гэтых разлікаў можна зрабіць?

5. Вызначыце вуглавую скорасць, частату вярчэння і перыяд веласіпеднага кола, якое раўнамерна верціцца, калі за прамежак часу $\Delta t = 1{,}0$ с яно выконвае чвэрць абароту.

6. Пры раўнамерным вярчэнні адно кола за час $t_1 = 8$ с выконвае $N_1 = 240$ абаротаў, а другое за час $t_2 = 40$ с — $N_2 = 600$ абаротаў. У колькі разоў адрозніваюцца іх вуглавыя скорасці?

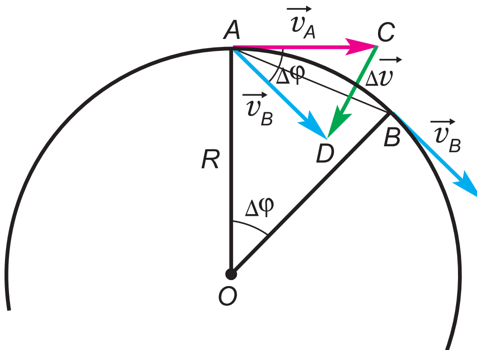
7. Барабан цэнтрыфугі для адцісканне бялізны верціцца раўнамерна з частатой $\nu = 600\ \frac{1}{\text{мін}}$. Дыяметр барабана $d = 40$ см. Вызначыце перыяд і вуглавую скорасць вярчэння барабана. Знайдзіце модуль лінейнай скорасці пунктаў на яго паверхні.

8. Вызначыце перыяды, частоты і вуглавыя скорасці вярчэння гадзіннай, мінутнай і секунднай стрэлак гадзінніка.

9. Вызначыце вуглавую і лінейную скорасці абарачэння Зямлі вакол Сонца. Адлегласць ад Зямлі да Сонца прыняць роўнай $R = 150\,000\,000$ км.

§ 15. Паскарэнне пункта пры яго руху па акружнасці

Пры раўнамерным прамалінейным руху паскарэнне роўна нулю. А чаму яно не роўна нулю пры раўнамерным руху па акружнасці? Як гэта паскарэнне накіравана? Чаму роўны яго модуль?



Мал. 100

Няхай цела (разглядаемае як матэрыяльны пункт) рухаецца раўнамерна па акружнасці, радыус якой R. За прамежак часу Δt цела перамясцілася з пункта A ў пункт B (мал. 100). Хоць модуль скорасці v пры гэтым быў пастаянны, змяненне скорасці $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \neq 0$. Таму не роўна нулю і паскарэнне цела, якое вызначаецца як

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \; (\Delta t \to 0). \qquad (1)$$

Знойдзем гэта паскарэнне.

Перанясём вектар $\vec{v}_B$ у пункт A (гл. мал. 100) і пабудуем вектар $\Delta\vec{v}$. Трохвугольнікі ACD і OAB, якія атрымаліся, падобныя: яны абодва раўнабедраныя і маюць роўныя вуглы $\Delta\varphi$ (паколькі $AC \perp OA$, $AD \perp OB$). З падобнасці трохвугольнікаў вынікае:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{R}, \qquad (2)$$

дзе Δv — модуль змянення скорасці, а Δr — модуль перамяшчэння $\overrightarrow{AB}$. Падзелім абедзве часткі роўнасці (2) на Δt:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} \cdot \frac{1}{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R}. \qquad (3)$$

Пры малых прамежках часу адносіна $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$, г. зн. роўна модулю паскарэння, а адносіна $\frac{\Delta r}{\Delta t} = v$. З улікам гэтага роўнасць (3) прыме выгляд $\frac{a}{v} = \frac{v}{R}$, адкуль

$$\boldsymbol{a = \frac{v^2}{R}}. \qquad (4)$$

Формула (4) вызначае модуль паскарэння пры раўнамерным руху цела па акружнасці. А як жа накіравана гэта паскарэнне?

Напрамак вектара $\vec{a}$ супадае з тым напрамкам, які прымае вектар $\Delta\vec{v}$ пры $\Delta t \to 0$ (гл. формулу (1)). З малюнка 100 відаць, што чым меншае Δt і разам

з ім $\Delta\varphi$, тым напрамак вектара $\Delta\vec{v}$ бліжэйшы да напрамку на цэнтр акружнасці.

Значыць, паскарэнне $\vec{a}$ накіравана па радыусе да цэнтра акружнасці. Па гэтай прычыне яго называюць *цэнтраімклівым*.

Пры гэтым вектар $\vec{a}$ перпендыкулярны скорасці $\vec{v}$ (г. зн. накіраваны па нармалі да яе). Таму цэнтраімклівае паскарэнне называюць таксама *нармальным* паскарэннем.

Даказаць, што $\vec{a} \perp \vec{v}$, можна непасрэдна. З трохвугольніка *ACD* знаходзім вугал паміж вектарамі $\Delta\vec{v}$ і $\vec{v}_A$. Ён роўны $90° - \frac{\Delta\varphi}{2}$. Значыць, пры памяншэнні Δt (і разам з ім $\Delta\varphi$) вугал паміж $\Delta\vec{v}$ і $\vec{v}$ будзе ўсё бліжэйшы да прамога. Гэта і даказвае сцвярджэнне аб тым, што $\vec{a} \perp \vec{v}$.

Выкарыстоўваючы матэрыял папярэдняга параграфа, можна звязаць цэнтраімклівае паскарэнне з вуглавой скорасцю, частатой вярчэння і перыядам. Падстаўляючы $v = \omega R$ у формулу (4), знаходзім:

$$a = \omega^2 R. \quad (5)$$

Улічыўшы, што $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$, з формулы (5) атрымаем:

$$a = 4\pi^2\nu^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \quad (6)$$

Самы просты выраз для цэнтраімклівага паскарэння мае выгляд:

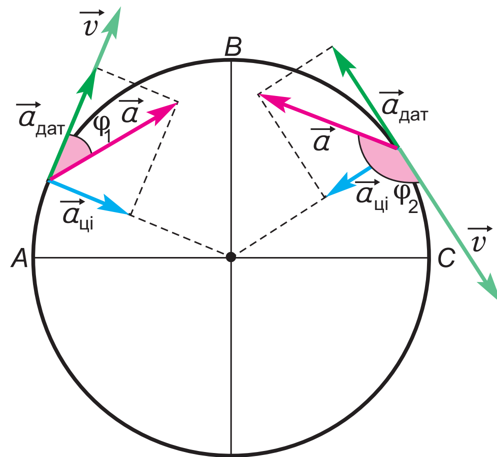
$$a = \omega v. \quad (7)$$

Выведзіце яго самастойна.

Пры рашэнні задач трэба выбіраць тую формулу цэнтраімклівага паскарэння, якая хутчэй прывядзе да адказу.

А як накіравана паскарэнне, калі цела рухаецца па акружнасці нераўнамерна?

Няхай на ўчастку *AB* кальцавой трасы (мал. 101, выгляд зверху) аўтагоншчык набірае скорасць. Тады паскарэнне аўтамабіля $\vec{a}$ будзе сумай дзвюх складальных: $\vec{a} = \vec{a}_{\text{ці}} + \vec{a}_{\text{дат}}$.



Мал. 101

Вектар $\vec{a}_{\text{ці}}$ — гэта цэнтраімклівае паскарэнне. Яно, як мы ведаем, абумоўлена змяненнем *напрамку* скорасці пры руху і накіравана да цэнтра.

Вектар $\vec{a}_{\text{дат}}$ накіраваны па датычнай да траекторыі. Датычная складальная паскарэння ўзнікае з-за змянення *модуля* скорасці. Пры набіранні скорасці вектар $\vec{a}_{\text{дат}}$ накіраваны па скорасці $\vec{v}$, і вектар $\vec{a}$ складае з вектарам $\vec{v}$ востры вугал φ_1 (гл. мал. 101, участак AB).

На ўчастку BC гоншчык пачынае тармазіць. Модуль скорасці спадае, складальная $\vec{a}_{\text{дат}}$ накіравана супраць скорасці, і вугал φ_2 паміж паскарэннем $\vec{a}$ і скорасцю $\vec{v}$ будзе тупым (гл. мал. 101).

Модуль паскарэння $a = \sqrt{a_{\text{ці}}^2 + a_{\text{дат}}^2}$.

Галоўныя вывады

1. Цела, якое рухаецца раўнамерна па акружнасці, валодае цэнтраімклівым паскарэннем.

2. Цэнтраімклівае паскарэнне перпендыкулярна скорасці і накіравана да цэнтра акружнасці.

3. Модуль цэнтраімклівага паскарэння $a = \frac{v^2}{R}$.

Кантрольныя пытанні

1. Модуль якога паскарэння (сярэдняга або імгненнага) вызначае формула $a = \frac{v^2}{R}$?
2. У якім выпадку паскарэнне выклікана: а) змяненнем толькі модуля скорасці; б) змяненнем толькі напрамку скорасці?
3. Чаму паскарэнне пры раўнамерным руху пункта па акружнасці называюць: а) цэнтраімклівым; б) нармальным?
4. Як звязана цэнтраімклівае паскарэнне з лінейнай скорасцю?

Прыклад рашэння задачы

Перыяд вярчэння T_1 першага кола ў $k = 4$ разы большы за перыяд вярчэння T_2 другога кола, а яго радыус R_1 у $n = 2$ разы меншы за радыус R_2 другога кола. У колькі разоў адрозніваюцца модулі цэнтраімклівых паскарэнняў пунктаў на вобадзе кожнага кола пры іх раўнамерным вярчэнні?

Дадзена:

$\frac{T_1}{T_2} = 4$

$\frac{R_2}{R_1} = 2$

$\frac{a_2}{a_1}$ — ?

Рашэнне

Згодна з формулай (6) адносіна модуляў цэнтраімклівых паскарэнняў пунктаў на вобадзе другога і першага колаў:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{4\pi^2 R_2}{T_2^2} : \frac{4\pi^2 R_1}{T_1^2} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{T_1^2}{T_2^2}.$$

Па ўмове задачы:

$$R_2 = 2R_1;\ T_1 = 4T_2.$$

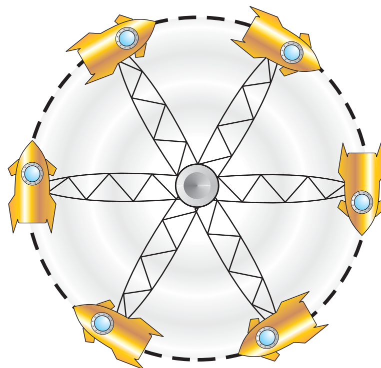
Тады

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{2R_1}{R_1} \cdot \frac{16T_1^2}{T_1^2} = 32.$$

Адказ: $\frac{a_2}{a_1} = 32$.

Практыкаванне 10

1. Карусель раўнамерна верціцца (мал. 102, выгляд зверху) з частатой $\nu = 0{,}10\ \frac{1}{с}$. Вызначыце вуглавую скорасць вярчэння каруселі. Знайдзіце модуль лінейнай скорасці руху «ракеты», якая знаходзіцца на адлегласці $R = 5{,}0$ м ад восі вярчэння каруселі. З якім паскарэннем рухаецца «ракета»? «Ракету» лічыць матэрыяльным пунктам.



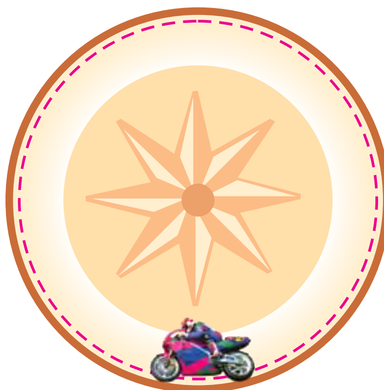
Мал. 102

2. Радыус-вектар, які задае становішча веласіпедыста, што рухаецца па акружнасці дыяметрам $d = 13$ м на арэне цырка, павярнуўся на вугал $\Delta\varphi = 5\pi$ рад за час $t = 22$ с. Вызначыце модулі вуглавой і лінейнай скарасцей руху веласіпедыста, шлях і перамяшчэнне, якія зрабіў веласіпедыст.

3. У колькі разоў модулі лінейнай скорасці і паскарэння канца мінутнай стрэлкі гадзінніка на вежы Прывакзальнай плошчы Мінска большыя за модулі скорасці і паскарэння канца гадзіннай стрэлкі? Даўжыня мінутнай стрэлкі $R_1 = 1{,}70$ м, даўжыня гадзіннай стрэлкі — $R_2 = 1{,}30$ м.

4. Вызначыце цэнтраімклівае паскарэнне аўтамабіля, што праязджае сярэдзіну выпуклага моста са скорасцю, модуль якой $v = 36\ \frac{км}{г}$. Радыус дугі моста $R = 40$ м.

5. Матацыкліст выконвае цыркавы нумар, рухаючыся ў гарызантальнай плоскасці па вертыкальнай сцяне (мал. 103, выгляд зверху) па акружнасці, радыус якой $R = 9{,}0$ м. Вызначыце модуль лінейнай скорасці матацыкліста, калі модуль яго цэнтраімклівага паскарэння $a = 16\ \frac{м}{с^2}$. Матацыкліста лічыць матэрыяльным пунктам.



Мал. 103



6. Вызначыце модулі лінейнай скорасці і цэнтраімклівага паскарэння пунктаў на паверхні Зямлі: а) на экватары; б) на шыраце $\varphi = 60°$. Радыус Зямлі прыняць роўным $R = 6400$ км.

7. Верталёт роўназапаволена зніжаецца вертыкальна з некаторай вышыні. Модуль паскарэння верталёта $a = 0{,}20\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Лопасць вінта, якая верціцца раўнамерна з частатой $\nu = 300\ \frac{\text{аб}}{\text{мін}}$, выканала за час зніжэння верталёта $N = 120$ абаротаў. З якой вышыні зніжаўся верталёт, калі да моманту пасадкі яго скорасць паменшылася да нуля?



8. Па формуле $a = \frac{v^2}{R}$ цэнтраімклівае паскарэнне адваротна прапарцыянальна радыусу R, а па формуле $a = \omega^2 R$ — прама прапарцыянальна яму. Ці няма ў гэтым супярэчнасці?

2 Дынаміка

Ці трэба дзеянне сілы для таго, каб цела рухалася з пастаяннай скорасцю?

Чаму кінуты ўверх мяч упадзе на Зямлю, а спадарожнік застанецца на арбіце?

Чаму лёгка слізгаць па гладкім лёдзе, але цяжка ісці?

Калі чалавек зведвае стан бязважкасці: пры плаванні пад вадой або пры скачку ў вышыню?



§ 16. Асноўная задача дынамікі. Сіла

Калі шарык скочваецца па нахіленай плоскасці, то ён рухаецца паскорана. Калі паскарэнне шарыка вядомае, то па формулах кінематыкі можна знайсці яго скорасць, шлях, перамяшчэнне. А чаму шарык рухаецца паскорана? Ад чаго залежыць яго паскарэнне? На такія пытанні кінематыка адказу не дае.

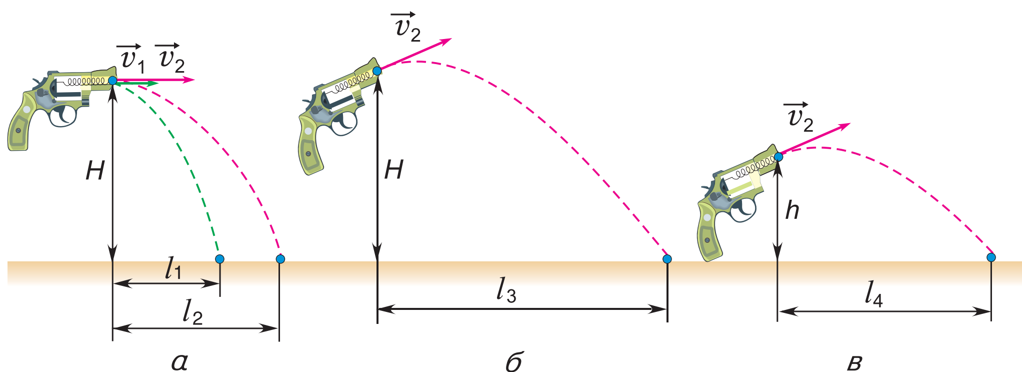
Апісваючы, як рухаецца цела, як па адных характарыстыках руху знайсці другія, кінематыка не адказвае на пытанне: «**Чаму** цела ў дадзеных умовах рухаецца менавіта так, а не інакш?» Раздзел механікі, які выяўляе **прычыны**, што вызначаюць характар руху, і тлумачыць, **якім чынам** яны ўплываюць на рух, называецца **дынамікай**.

Законы дынамікі былі вызначаны больш за трыста гадоў таму. Вядучая роля ў гэтым належыць Галілеа Галілею і Ісаку Ньютану. Адкрытыя імі законы дынамікі з'явіліся асновай навуковых уяўленняў аб навакольным свеце.

Дынаміка дае адказы на шматлікія пытанні. Напрыклад: як змяняецца скорасць мяча пры ўдары? Якая скорасць спадарожніка на арбіце? Калі надыходзіць бязважкасць? Законам дынамікі падпарадкоўваецца рух любых цел — ад пылінкі да велізарнага карабля, планет, зорак і г. д.

Пачнём вывучэнне дынамікі з пытання: «Ад чаго залежыць рух цела?»

Правядзём дослед. Са спружыннага пісталета (мал. 104, *а*) выстралім жалезным шарыкам. Адзначым месца яго прызямлення. Паўторым дослед пры больш сціснутай спружыне. Шарык выляціць з большай пачатковай скорасцю ($v_2 > v_1$) і прызямліцца далей ($l_2 > l_1$).



Мал. 104

Зменім вугал нахілу пісталета (мал. 104, *б*) і тым самым напрамак пачатковай скорасці шарыка. Рух шарыка зноў будзе іншым.

Зменім пачатковае становішча шарыка, напрыклад выпусцім шарык з меншай вышыні ($h < H$) (мал. 104, *в*). Гэта таксама паўплывае на далёкасць палёту ($l_4 < l_3$).

Прадоўжым дослед. Зменім знешнія ўмовы. Непадалёку ад пісталета размесцім магніт (мал. 105). Траекторыя руху шарыка будзе іншай, паколькі на шарык цяпер дзейнічае яшчэ і магніт.

Нарэшце, замест жалезнага шарыка возьмем пластмасавы. Гэта таксама прывядзе да змянення руху.

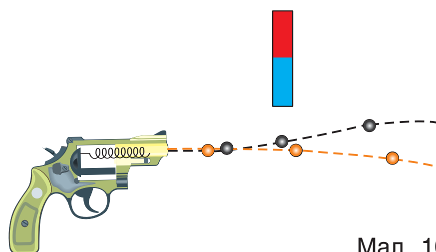
Такім чынам, рух цела залежыць:

а) ад яго пачатковага становішча і яго пачатковай скорасці; б) ад дзеяння на яго навакольных цел; в) ад уласцівасцей самога цела.

Што азначаюць у механіцы словы «дзеянне аднаго цела на другое»?

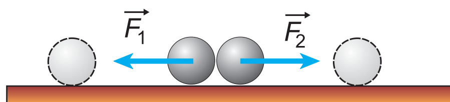
Такое дзеянне можа быць вельмі складаным. Нялёгка разабрацца, як дзейнічае на лодку паток, што яе нясе (мал. 106, *а*), або як дзейнічаюць адзін на аднаго барцы ў час паядынку (мал. 106, *б*).

Аднак, калі целы можна лічыць матэрыяльнымі пунктамі, адказ вельмі просты: адно цела або адштурхвае ад сябе другое цела, або прыцягвае яго. Шары пры саўдары адштурхваюць адзін аднаго (мал. 107). Зямля прыцягвае да сябе Месяц, а Месяц — Зямлю. Электрычна зараджаныя целы або прыцяг-

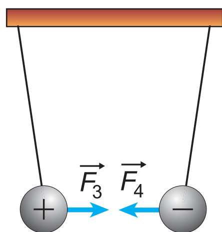

Мал. 105

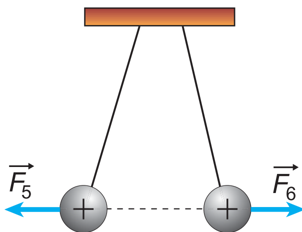


Мал. 106

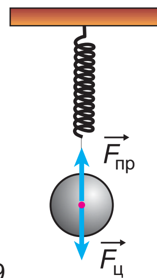


Мал. 107





Мал. 108



Мал. 109

ваюцца, або адштурхваюцца (мал. 108). І сілы прыцяжэння, і сілы адштурхвання накіраваны па лініі, якая злучае целы (гл. мал. 108). А складаная карціна дзеяння цел адзін на аднаго (гл. мал. 106, *а, б*) ёсць вынік прыцяжэнняў і адштурхванняў часціц, з якіх яны складаюцца.

Дослед паказвае, што механічнае дзеянне можа адбывацца як пры судакрананні цел, так і на адлегласці. Дзеянне спружыны на цела (мал. 109), адштурхванне шароў пры саўдары (гл. мал. 107) адбываюцца пры непасрэдным кантакце. На адлегласці дзейнічаюць адзін на аднаго зараджаныя шарыкі (гл. мал. 108), Зямля на цела (гл. мал. 109), магніт на жалезны шарык (гл. мал. 105). На велізарных адлегласцях праяўляецца дзеянне Сонца на планеты, Зямлі на Месяц і г. д.

Для колькаснага апісання дзеяння аднаго цела на другое ў механіцы ўводзіцца паняцце «сіла». Сіла — адно з асноўных паняццяў дынамікі. Не выпадкова слова «дынаміка» паходзіць ад грэчаскага dynamis — сіла.

Сіла — гэта фізічная вектарная велічыня, якая з'яўляецца колькаснай мерай дзеяння аднаго цела на другое.

Напрамак сілы супадае з напрамкам дзеяння аднаго цела на другое, а модуль сілы паказвае, наколькі гэта дзеянне вялікае.

Разглядаючы канкрэтную сілу, мы павінны разумець:

- на *якое цела* і *з боку якога цела* гэта сіла дзейнічае;
- у *якім пункце* яна прыкладзена;
- як яна *накіравана* і які яе *модуль*.

Адзінкай сілы ў СІ з'яўляецца *1 ньютан* (1 Н).

Сіла залежыць ад адлегласці паміж целамі і ад іх уласцівасцей (ад здольнасці намагнічвацца, ад электрычнага зараду, ад дэфармацыі цел і г. д.). Высвятленне прыроды сіл і законаў, па якіх можна іх знайсці, — адна з найважнейшых задач фізікі цалкам.

Калі вядомы ўсе сілы, што дзейнічаюць на цела, то для апісання яго руху з усіх характарыстык цела дастаткова ведаць толькі яго масу. Уяўленне аб сілах і аб масе цела вы атрымалі ў 7-м класе. Больш падрабязна ўласцівасці сіл і масы мы разгледзім у наступных параграфах.

Сфармулюем асноўную задачу дынамікі:

ведаючы масу цела і сілы, якія дзейнічаюць на яго, а таксама яго пачатковыя становішча і скорасць, вызначыць становішча і скорасць цела ў любы момант часу.

Галоўныя вывады

1. Рух цела залежыць ад яго пачатковага становішча і пачатковай скорасці, ад дзеяння на яго іншых цел і ад яго масы.
2. Сіла — гэта колькасная мера дзеяння аднаго цела на другое.
3. Асноўная задача дынамікі: вызначыць становішча і скорасць цела ў любы момант часу, лічачы вядомымі масу цела, сілы, што на яго дзейнічаюць, а таксама пачатковыя становішча і скорасць цела.

Кантрольныя пытанні

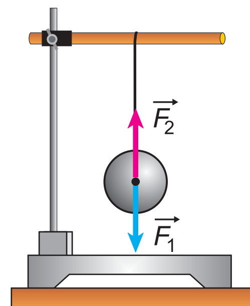
1. Што вывучае кінематыка? Дынаміка?
2. Ад чаго залежыць рух цела?
3. Да чаго зводзіцца дзеянне аднаго матэрыяльнага пункта на другі? Як накіравана гэта дзеянне?
4. Чаму сіла — велічыня вектарная? Што трэба ведаць аб кожнай канкрэтнай сіле?
5. Якія сілы дзейнічаюць на шарык на малюнках 104, 105 і 109? Дзеянне якіх цел на шарык выражае кожная з іх?
6. У чым заключаецца асноўная задача дынамікі?

§ 17. Умовы раўнавагі. Момант сілы Складанне і раскладанне сіл

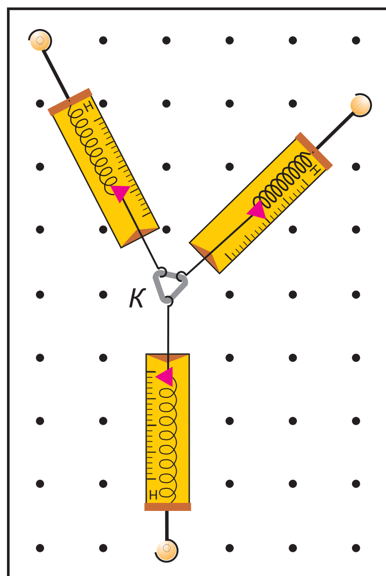
У папярэднім параграфе мы разглядалі ўплыванне сіл на рух цела. А ці можа цела пад дзеяннем сіл знаходзіцца ў стане спакою?

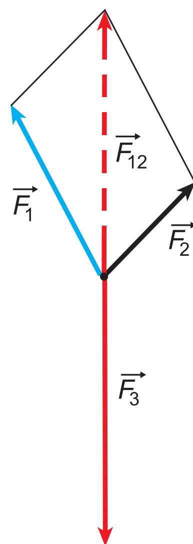
Калі, нягледзячы на дзеянне прыкладзеных да цела сіл, яно застаецца ў стане спакою, то гавораць, што гэтыя сілы *ўраўнаважваюць* (або *кампенсуюць*) адна адну, а цела знаходзіцца ў *стане раўнавагі*.

Разгледзім малюнак 110. Чаму шарык у спакоі? Таму, што сіла $\vec{F}_1$, з якой яго прыцягвае Зямля, ураўнаважваецца сілай $\vec{F}_2$, прыкладзенай да шарыка з боку ніткі. Модулі гэтых сіл роўныя, а напрамкі — процілеглыя: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, або $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$.



Мал. 110





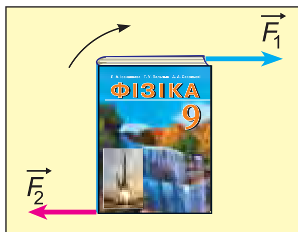
Мал. 111 *а* *б*

А калі на цела дзейнічаюць тры сілы? Правядзём дослед. Выкарыстаем дошку з адтулінамі для штыроў і тры дынамометры. Кожны з дынамометраў адным канцом далучым да драцянога кольца *K*, а другім — да штыра, замацаванага ў дошцы (мал. 111, *а*). Становішча штыроў выберам так, каб спружыны дынамометраў былі расцягнутымі.

Абазначым праз $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ сілы, з якімі дынамометры дзейнічаюць на кольца. Модулі гэтых сіл вызначым па паказаннях дынамотраў. Пабудуем вектары $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ і $\vec{F}_3$ з улікам іх напрамкаў і модуляў (мал. 111, *б*). Па правілах складання вектараў знойдзем вектарную суму $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$. Дослед паказвае, что пры раўнавазе $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.

Аналагічныя доследы, праведзеныя пры любым ліку сіл, прыводзяць да вываду: **для раўнавагі цела неабходна, каб вектарная сума ўсіх сіл, прыкладзеных да яго, была роўна нулю:**

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \vec{0}. \quad (1)$$



Мал. 112

Але ці *дастаткова* выканання ўмовы (1) для таго, каб цела знаходзілася ў стане раўнавагі?

Прыкладзём да кнігі, што ляжыць на стале, дзве сілы: $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ (мал. 112). Хоць іх вектарная сума $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$, кніга не застанецца ў спакоі. Пад дзеян-

нем сіл $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ яна пачне вярцецца. Значыць, выкананне ўмовы (1) для раўнавагі цела недастаткова.

Якая ж умова неабходна, каб цела не вярцелася?

Разгледзім прыклад. Прыкладзём сілы $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ да дыска, які мае нерухомую вось $O'O'$ (мал. 113). У 7-м класе вы даведаліся, што ў такіх выпадках цела будзе ў раўнавазе, калі *моманты сіл*, прыкладзеных да яго, кампенсуюць адзін аднаго. Момант сілы вы знаходзілі як здабытак модуля сілы на яе плячо: $M = Fl$, а плячо l — як адлегласць ад восі да *лініі дзеяння* сілы (гл. мал. 113).

Мал. 113

Для больш поўнай характарыстыкі моманту сілы яго разглядаюць як велічыню, што мае знак «+» або «–». Лічаць, што $M = +Fl$, калі сіла імкнецца павярнуць цела супраць ходу гадзіннікавай стрэлкі, і $M = -Fl$, калі па ходу гадзіннікавай стрэлкі. На малюнку 113 момант сілы $\vec{F}_1$ дадатны, а момант сілы $\vec{F}_2$ — адмоўны.

Калі алгебраічная сума момантаў $M_1 + M_2 = 0$, то $F_1l_1 = F_2l_2$. Моманты сіл кампенсуюць адзін аднаго, і дыск знаходзіцца ў стане раўнавагі.

А калі да цела, якое мае нерухомую вось вярчэння, прыкладзена n сіл?

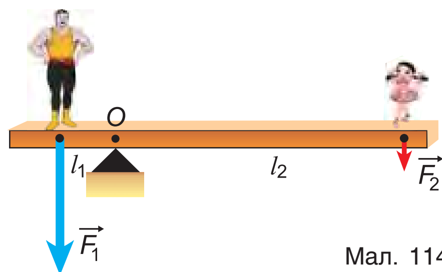
Тады, як паказваюць доследы, **умова раўнавагі цела ёсць роўнасць нулю алгебраічнай сумы момантаў усіх гэтых сіл адносна дадзенай восі**:

$$\boldsymbol{M_1 + M_2 + ... + M_n = 0.} \qquad (2)$$

Умова раўнавагі ў выглядзе $F_1l_1 = F_2l_2$ — «правіла рычага» — звязваюць з імем Архімеда. Правіла паказвае: з дапамогай рычага, што мае «пункт апоры» (г. зн. замацаваную вось вярчэння), большую сілу можна ўраўнаважыць у k разоў меншай сілай, калі прыкласці яе ў k разоў далей ад восі O (мал. 114).

Адзінка моманту сілы ў СІ — *1 ньютан-метр* (1 Н · м).

Момант сілы называюць таксама *вярчальным момантам*. Яго вельмі важна кантраляваць на практыцы. Напрыклад, пры закручванні балта або гайкі калі мы прыкладзём занадта вялікі вярчальны момант, то разьба будзе сарваная. Таму гаечныя ключы забяспечваюцца датчыкамі вярчальных момантаў (мал. 115).



Мал. 114



Мал. 115

А калі ж цела можа і вярцецца, і паступальна рухацца? Каб такое цела знаходзілася ў раўнавазе, павінны выконвацца як умова (1), так і ўмова (2) адносна любой восі.

Для раўнавагі матэрыяльнага пункта дастаткова выканання толькі ўмовы (1).



Мал. 116

Умовы раўнавагі (1) і (2) служаць асновай для разлікаў механічных устройстваў, будаўнічых аб'ектаў (мал. 116) і г. д. Тым самым суадносіны (1) і (2) атрымалі пацвярджэнне ў велізарнай колькасці эксперыментаў.

У механіцы важную ролю адыгрываюць паняцці *выніковая сіла* і *раўнадзейная сіла*.

Выніковая дзвюх або некалькіх сіл — гэта сіла, роўная іх вектарнай суме. Напрыклад, на малюнку 111, *б* $\vec{F}_{12}$ — гэта выніковая дзвюх сіл: $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$.

Раўнадзейнай дзвюх або некалькіх сіл называецца сіла, якая аказвае такое ж дзеянне, як гэтыя сілы сумесна. Інакш кажучы, раўнадзейная можа цалкам замяніць зыходныя сілы.

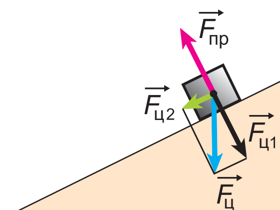
Ці заўсёды выніковая сіла будзе раўнадзейнай? Разгледзім прыклады.

На малюнку 112 выніковая сіл $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ роўна нулю. Сіла, роўная нулю, не можа выклікаць вярчэнне цела, а сілы $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ прымушаюць кнігу вярцецца. Значыць, у гэтым прыкладзе выніковая сіла не замяняе дзеянне дадзеных сіл, г. зн. не з'яўляецца іх раўнадзейнай.

У прыкладзе з дынамометрамі (гл. мал. 111) выніковую сілу $\vec{F}_{12}$ можна лічыць раўнадзейнай сіл $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ толькі тады, калі не прымаць да ўвагі дэфармацыю кольца *K*. Калі ж дэфармацыя кольца значная, то лічыць, што сіла $\vec{F}_{12}$ замяняе сілы $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$, нельга. Адна сіла ніколі не зможа выклікаць такую ж дэфармацыю кольца, як дзве сілы, прыкладзеныя ў розных пунктах. Значыць, і ў гэтым выпадку выніковая сіла не будзе раўнадзейнай.

Мы будзем разглядаць часцей за ўсё сілы, прыкладзеныя да некаторага цела ў адным пункце (або да цела, якое прынята за матэрыяльны пункт). У такіх выпадках выніковую сілу можна лічыць раўнадзейнай.

Мы гаварылі аб замене некалькіх сіл адной сілай. А ці можна замяніць адну сілу дзвюма або некалькімі сіламі?



Мал. 117

Можна. Такая замена называецца *раскладаннем* сілы на *складальныя*. Раскладанне сілы на дзве складальныя можна правесці па правіле паралелаграма.

Разгледзім прыклад. Няхай кубік знаходзіцца на гладкай нахіленай плоскасці (мал. 117). На яго дзейнічае сіла цяжару $\vec{F}_ц$ і сіла пругкасці $\vec{F}_{пр}$. Раскладзём вектар $\vec{F}_ц$ на складальныя $\vec{F}_{ц1}$ и $\vec{F}_{ц2}$. Цяпер можна лічыць, што замест сілы цяжару на кубік дзейнічаюць дзве сілы: $\vec{F}_{ц1}$ і $\vec{F}_{ц2}$.

Адзначым, што на малюнку 117 пачатак вектара $\vec{F}_{пр}$ змешчаны ў цэнтр кубіка, хоць сіла $\vec{F}_{пр}$ прыкладзена да яго асновы. Так можна рабіць, калі цела разглядаецца як матэрыяльны пункт.

Пераносіць пункт прыкладання можна і для сілы, якая дзейнічае на абсалютна цвёрдае цела, але толькі *уздоўж лініі дзеяння гэтай сілы*.

Ці могуць модулі складальных быць большымі за модуль зыходнай сілы? Адкажыце самастойна і пацвярдзіце малюнкамі.

Галоўныя вывады

1. Цела знаходзіцца ў раўнавазе, калі вектарная сума ўсіх сіл, прыкладзеных да яго, і алгебраічная сума момантаў гэтых сіл адносна любой восі роўны нулю.

2. Выніковая дзвюх або некалькіх сіл — гэта сіла, роўная іх вектарнай суме.

3. Сіла, якая аказвае такое ж дзеянне, як некалькі сіл разам, называецца раўнадзейнай.

4. Рўнадзейная сіл, прыкладзеных да цела, якое можна лічыць матэрыяльным пунктам, роўна вектарнай суме гэтых сіл.

Кантрольныя пытанні

1. Што азначаюць сцвярджэнні: «сілы ўраўнаважваюць адна адну»; «цела знаходзіцца ў раўнавазе»?
2. Як знаходзяць вектарную суму (выніковую) некалькіх сіл?
3. Што такое плячо сілы? Момант сілы адносна восі? У якім выпадку момант сілы лічыцца дадатным? Адмоўным?
4. Якія ўмовы раўнавагі цела? Матэрыяльнага пункта?
5. Што такое раўнадзейная некалькіх сіл?
6. Як расклaсці сілу на складальныя?
7. Прывядзіце прыклады, калі выніковая сіла з'яўляецца раўнадзейнай, і прыклады, калі гэта не так.

Прыклады рашэння задач

1. Ліхтар масай $m = 2,0$ кг падвешаны на двух тросах аднолькавай даўжыні, якія ўтвараюць паміж сабой вугал $\alpha = 120°$. Тросы замацаваны на аднолькавай вышыні. Вызначыце модулі сіл нацяжэння тросаў. Прыміце $g = 10\ \frac{Н}{кг}$.

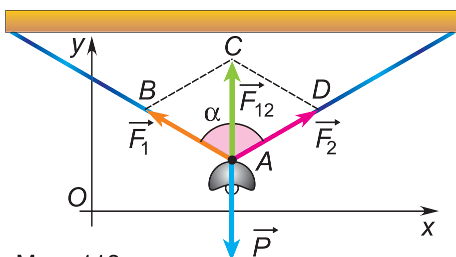
Дадзена:
$m = 2,0$ кг
$\alpha = 120°$
$g = 10\ \frac{Н}{кг}$

F_1 — ?
F_2 — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 118).

Да пункта A троса (гл. мал. 118) прыкладзены тры сілы: вага ліхтара $\vec{P}$, модуль якой роўны gm, а таксама сілы нацяжэння троса $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$. Пры раўнавазе пункт A знаходзіцца ў стане спакою, і выніковая гэтых сіл роўна нулю: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = 0$.



Мал. 118

Разгледзім вектарную суму $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{12}$ (гл. мал. 118). Паколькі трохвугольнікі ABC і ACD — роўнастароннія, то модулі $F_1 = F_2 = F_{12}$. З умовы раўнавагі $F_{12} = gm$, значыць, $F_1 = F_2 = gm$. Тады

$$F_1 = F_2 = 2,0\ кг \cdot 10\ \frac{Н}{кг} = 20\ Н.$$

Рэшым цяпер гэту задачу метадам праекцый. Сума праекцый на любую вось усіх сіл, прыкладзеных да цела, якое знаходзіцца ў раўнавазе, роўна нулю. Выходзячы з гэтага, для праекцый на восі Ox і Oy атрымаем:

Ox: $-F_1 \cos 30° + F_2 \cos 30° = 0$;

Oy: $F_1 \sin 30° + F_2 \sin 30° - gm = 0$.

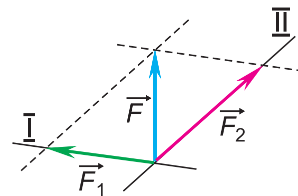
Адсюль $F_1 = F_2 = gm = 20$ Н.

Адказ: $F_1 = F_2 = 20$ Н.

2. Раскладзіце сілу $\vec{F}$ на складальныя па зададзеных напрамках (прамыя I і II, мал. 119). Вектар $\vec{F}$ і прамыя I, II ляжаць у адной плоскасці.

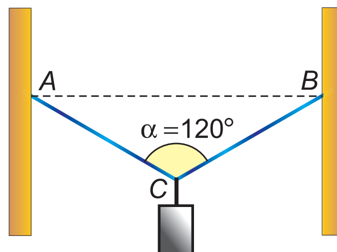
Рашэнне

Правядзём праз канец вектара $\vec{F}$ прамыя, паралельныя зададзеным напрамкам (штрыхавыя лініі на мал. 119). Складальныя сілы $\vec{F}$ (вектары $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$) супадаюць са старанамі атрыманага паралелаграма. Па правілах вектарнага складання правяраем: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$.



Мал. 119

Практыкаванне 11



Мал. 120

1. Да цела прыкладзены дзве сілы, модулі якіх роўны $F_1 = 60$ Н, $F_2 = 80$ Н. Вызначыце максімальнае і мінімальнае значэнні модуля выніковай сілы.

2. Якой будзе выніковая сіла, калі сілы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ з умовы папярэдняй задачы будуць накіраваны пад вуглом $\alpha = 90°$ адна да адной? Выканайце малюнак.

3. Пад дзеяннем алюмініевага цыліндра масай $m = 100$ г, падвешанага да сярэдзіны гарызантальнага гумавага жгута, яго палавіны *AC* і *CB* утварылі вугал $\alpha = 120°$ (мал. 120). Вызначыце модулі сіл нацяжэння кожнай палавіны жгута. Як зменяцца модулі гэтых сіл, калі пункты падвесу *A* і *B* набліжаць адзін да аднаго так, каб вугал α быў роўны: а) $\alpha = 90°$; б) $\alpha = 60°$; в) $\alpha = 0°$? Лічыць $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

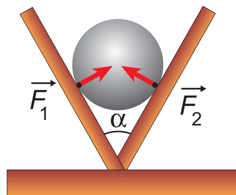
4. Паміж плоскімі сценкамі ляжыць аднародны стальны шарык (мал. 121). Сценкі дзейнічаюць на шарык сіламі $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$, якія перпендыкулярны да сценак. Модулі гэтых сіл $F_1 = F_2 = 18$ Н. Вугал паміж сценкамі $\alpha = 60°$. Шчыльнасць сталі $\rho = 7800\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Вызначыце аб'ём шарыка.

5. Раскладзіце сілу $\vec{F}$ на складальныя па напрамках, якія зададзены штрыхавымі лініямі (мал. 122, *а*, *б*, *в*). Вектар $\vec{F}$ і штрыхавыя лінія ляжаць у плоскасці малюнка.

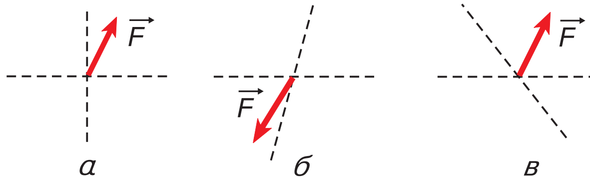
6. Ці можа сіла $\vec{F}_1$ стварыць большы вярчальны момант, чым сіла $\vec{F}_2$, калі іх модулі: $F_1 = 5$ Н, $F_2 = 500$ Н? Адказ абгрунтуйце.

7. Да цела прыкладзены дзве сілы. Модулі сіл роўныя. Адлегласці ад восі вярчэння да пунктаў прыкладання гэтых сіл аднолькавыя. Ці вынікае з гэтага, што моманты дадзеных сіл адносна гэтай восі роўныя? Чаму?

8. На падлозе гаража ляжыць лом масай $m = 20$ кг і даўжынёй $L = 2{,}0$ м. Якую мінімальную сілу трэба прыкласці да яго, каб адарваць канец лома ад падлогі? У якім пункце яе трэба прыкласці? Як павінна быць накіравана гэта сіла?



Мал. 121



Мал. 122

9. Чарцёжная лінейка выступае за край стала на 20 % сваёй даўжыні. Калі на выступаючы канец лінейкі паклалі гірку масай $m = 60$ г, другі канец лінейкі адарваўся ад стала. Пры якой масе лінейкі гэта магло адбыцца?

§ 18. Рух па інерцыі. Першы закон Ньютана. Інерцыяльныя сістэмы адліку

Вы ўжо ведаеце, што цела захоўвае стан спакою, калі на яго не дзейнічаюць сілы або прыкладзеныя да яго сілы кампенсуюць адна адну. А пры якіх умовах цела захоўвае стан раўнамернага прамалінейнага руху?

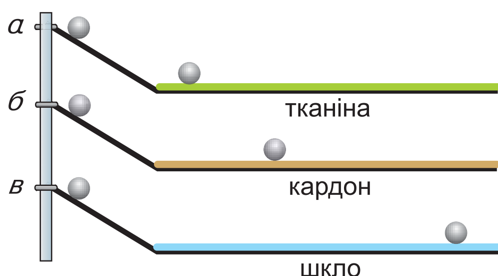
Штодзённы вопыт сведчыць: каб цела рухалася раўнамерна, яго трэба цягнуць або штурхаць (мал. 123), прыкладаючы сілу. Спыніцца дзеянне сілы — цела, якое рухаецца, рана ці позна спыніцца. Так лічылі і вядомыя вучоныя старажытнасці, напрыклад Арыстоцель. Абвергнуць гэта ўяўленне атрымалася толькі ў першай палове XVII ст. італьянскаму вучонаму Галілеа Галілею. Ён прымяніў метад, які стаў у фізіцы асноўным метадам даследавання: вывучаючы з'явы прыроды, трэба правяраць кожную здагадку, меркаванне, ідэю на доследзе.



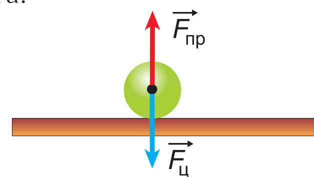
Мал. 123

Правядзём дослед, падобны да доследаў Галілея. Пусцім з некаторай вышыні жалезны шарык па нахіленым жолабе (мал. 124). Шарык скочваецца з жолаба і працягвае рухацца па гарызантальнай паверхні стала, пакрытага: або тканінай (гл. мал. 124, *а*), або кардонам (гл. мал. 124, *б*), або шклом (гл. мал. 124, *в*).

Дослед сведчыць, што па шкле шарык пракоціцца далей за ўсё. Чаму? Таму што ў гэтым выпадку трэнне было найменшым. А калі б трэння не было зусім? На шарык дзейнічалі б толькі дзве сілы: сіла цяжару $\vec{F}_ц$ і сіла пругкасці $\vec{F}_{пр}$ (мал. 125), якія кампенсуюць адна адну. Шарык рухаўся б з пастаяннай скорасцю неабмежавана доўга.



Мал. 124



Мал. 125

Галілей зрабіў вывад: скорасць руху цела застаецца пастаяннай, калі на цела не дзейнічаюць сілы або сілы дзейнічаюць, але яны кампенсуюць адна адну.

Такі рух называюць **рухам па інерцыі**.

У зямных умовах на цела заўсёды дзейнічаюць сілы. Астранамічныя назіранні за касмічнымі апаратамі, якія запушчаны для даследавання аддаленых планет і пакінулі Сонечную сістэму, пацвярджаюць: для руху па інерцыі ніякія сілы не патрэбны.

Ідэі Галілея атрымалі развіццё ў працах Ньютана. У 1687 г. Ньютан выказаў найважнейшае сцвярджэнне, якое можна сфармуляваць так:

усякае цела знаходзіцца ў стане спакою або раўнамернага прамалінейнага руху да таго часу, пакуль на яго не падзейнічаюць сілы.

Гэта сцвярджэнне з'яўляецца першапачатковай фармулёўкай **першага закона Ньютана**, або **закона інерцыі**.

У гэтым сцвярджэнні — галоўная ідэя механікі. Дзейнічаць на цела сілай неабходна не для таго, каб захаваць яго скорасць пастаяннай, а каб **змяніць** яе. Сіла патрэбна як для змянення модуля скорасці, так і для змянення яе напрамку.

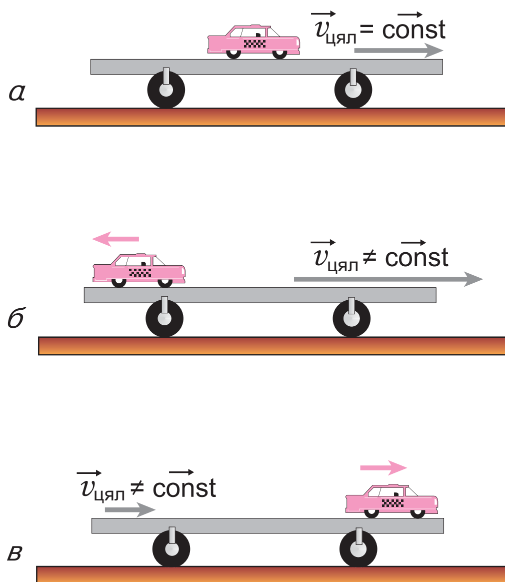
Усякае цела быццам «імкнецца» захаваць стан спакою або раўнамернага прамалінейнага руху. Менавіта таму аўтамабіль «заносіць» на павароце, пасажыраў «кідае» ўперад, калі аўтобус рэзка тармозіць (мал. 126), і г. д.

Назавём цела, на якое не дзейнічаюць сілы (або дзейнічаюць, але кампенсуюць адна адну), *свабодным целам*. Згодна з Галілеям і Ньютанам свабодныя целы павінны рухацца з пастаяннай скорасцю.

Мы ведаем, што характарыстыкі руху адносныя, г. зн. залежаць ад выбару сістэмы адліку. Ці ў любой сістэме адліку скорасць свабоднага цела застаецца пастаяннай?



Мал. 126



Мал. 127

Правядзём дослед. Цялежку з цацачным аўтамабілем, які знаходзіцца на ёй, будзем рухаць раўнамерна і прамалінейна (мал. 127, *а*). Адносна цялежкі аўтамабіль знаходзіцца ў спакоі, а адносна Зямлі — рухаецца з пастаяннай скорасцю, роўнай скорасці цялежкі $\vec{v}_{цял}$. Рэзка паскорым рух цялежкі. Аўтамабіль пакоціцца па цялежцы назад (мал. 127, *б*). А калі рэзка запаволіць рух цялежкі? Аўтамабіль пакоціцца па цялежцы ўперад (мал. 127, *в*).

Здаецца, што аўтамабіль рухала нейкая сіла. На самай справе такой сілы няма. Сілы цяжару і пругкасці, якія дзейнічаюць на аўтамабіль, кампенсуюць адна адну. Сіла трэння вельмі малая. *Аўтамабіль рухаўся як свабоднае цела*. Пры гэтым ён захоўваў нязменнай сваю скорасць адносна Зямлі, але не адносна цялежкі ў час яе разгону і тармажэння.

Такім чынам:

• адносна сістэмы адліку «Зямля», свабоднае цела (аўтамабіль) рухаецца з пастаяннай скорасцю;

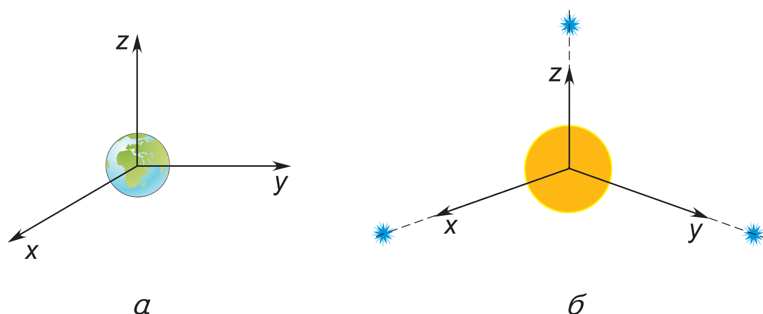
• адносна сістэмы адліку «цялежка»:

а) свабоднае цела захоўвае сваю скорасць пастаяннай толькі тады, калі цялежка рухаецца раўнамерна;

б) у час разгону і тармажэння цялежкі скорасць свабоднага цела змяняецца.

Сістэмы адліку, адносна якіх свабодныя целы знаходзяцца ў спакоі або рухаюцца раўнамерна і прамалінейна, называюцца *інерцыяльнымі*. Сістэмы адліку, адносна якіх свабодныя целы рухаюцца з паскарэннем, — *неінерцыяльнымі*.

Мяркуючы па выніках дадзенага доследу, сістэма адліку, звязаная з Зямлёй, інерцыяльная. Сістэма ж, звязаная з цялежкай, інерцыяльная толькі тады, калі цялежка рухаецца адносна Зямлі раўнамерна і прамалінейна або знаходзіцца ў стане спакою.



Мал. 128

А аб чым сведчаць больш дакладныя доследы? Яны сведчаць, што сістэму адліку, звязаную з Зямлёй, — геацэнтрычную сістэму (мал. 128, *а*) — можна лічыць інерцыяльнай толькі прыбліжана. Са значна большай дакладнасцю блізкай да інерцыяльнай можна лічыць геліяцэнтрычную сістэму адліку. Яе пачатак каардынат звязаны з Сонцам, а восі каардынат накіраваны на далёкія зоркі (мал. 128, *б*).

Любая сістэма адліку, якая рухаецца адносна інерцыяльнай сістэмы паступальна, раўнамерна і прамалінейна, таксама будзе інерцыяльнай. Калі ж сістэма адліку рухаецца паскорана або верціцца адносна інерцыяльных сістэм, то яна будзе неінерцыяльнай. Напрыклад, неінерцыяльнымі будуць сістэмы адліку, якія звязаны з поездам, што паскарае або запавольвае рух, каруселлю, якая верціцца, ракетай на ўчастку разгону і да т. п.

Мы не заўважаем неінерцыяльнасці геацэнтрычнай сістэмы з-за таго, што Зямля верціцца вакол сваёй восі павольна (адзін абарот за 24 г).

Карыстацца неінерцыяльнымі сістэмамі «не забаронена». Пры рашэнні задач дынамікі з выкарыстаннем такіх сістэм уводзяць папраўкі на неінерцыяльнасць.

Існаванне сістэм адліку, блізкіх да інерцыяльных, — найважнейшы эксперыментальны факт. У сувязі з гэтым першы закон Ньютана мае наступную фармулёўку:

існуюць сістэмы адліку, адносна якіх свабодныя целы рухаюцца раўнамерна і прамалінейна.

Першы закон Ньютана пацверджаны ўсім развіццём фізікі і прымяненнем яе законаў на практыцы на працягу амаль чатырох стагоддзяў. Цяпер для адукаваных людзей відавочны ўяўленні аб руху Галілея і Ньютана, а не Арыстоцеля.

Галоўныя вывады

1. Закон інерцыі ў фармулёўцы Ньютана: усякае цела знаходзіцца ў стане спакою або раўнамернага прамалінейнага руху да таго часу, пакуль на яго не падзейнічаюць сілы.

2. Першы закон Ньютана ў сучаснай фармулёўцы: існуюць сістэмы адліку, адносна якіх свабодныя целы рухаюцца раўнамерна і прамалінейна.

3. Сістэмы адліку, адносна якіх свабодныя целы знаходзяцца ў спакоі або рухаюцца раўнамерна і прамалінейна, называюцца інерцыяльнымі.

Кантрольныя пытанні

1. Як у выніку работ Галілея змяніліся погляды на прычыны руху?
2. Што такое рух па інерцыі?
3. Якія целы ў механіцы называюць «свабоднымі»?
4. У чым сэнс першага закона Ньютана? Як яго фармулююць?
5. Як называюцца сістэмы адліку, у якіх свабодныя целы рухаюцца раўнамерна і прамалінейна?
6. Якія сістэмы адліку блізкія да інерцыяльных, а якія — не? Прывядзіце прыклады.

§ 19. Маса

Мы часта замест слова «маса» гаворым «вага», а слова «масіўны» і «цяжкі» лічым сінонімамі. Аднак з пункту гледжання фізікі — гэта грубая памылка. Уявім, што на Месяцы ўстаноўлена заселеная касмічная станцыя. Знаходзячыся на ёй, любы вучань вашага класа змог бы падняць стокілаграмовую штангу! Ці меншая на Месяцы вага штангі? Так, меншая. А ці меншая на Месяцы маса штангі? Не, не меншая.

Дык што ж такое маса? Якія яе ўласцівасці?

Вы ўжо ведаеце, што:
- маса — мера інертнасці цела;
- сіла цяжару прама прапарцыянальна масе цела;
- масу цела можна знайсці ўзважваннем;
- маса цела залежыць ад колькасці рэчыва, якое змяшчаецца ў ім;
- адзінкай масы ў СІ з'яўляецца *1 кілаграм* (1 кг).

Што яшчэ трэба ведаць пра масу? Як яе вымяраюць?

1. Вымярэнне масы цел шляхам узважвання. Існуюць розныя тыпы вагаў: рычажныя (мал. 129, *а*), спружынныя (мал. 129, *б, в*), электронныя (мал. 129, *г*).



Мал. 129

Ва ўсіх выпадках *вагі — гэта прыбор для вызначэння масы цела па дзеючай на яго сіле цяжару.*

Як вы ўжо ведаеце, сіла цяжару прама прапарцыянальна масе цела:

$$F = gm. \quad (1)$$

Рычажныя вагі з роўнымі плячамі знаходзяцца ў раўнавазе, калі сілы цяжару цела, якое ўзважваецца, і набору гір роўныя: $gm_{цела} = gm_{гір}$, г. зн. пры $m_{цела} = m_{гір}$. Значыць, вынік узважвання на рычажных вагах не залежыць ад значэння каэфіцыента g і будзе адным і тым жа на любой планеце.

А як вымераць масу цела на спружынных вагах? Іх паказанні прапарцыянальны сіле цяжару. Сіла цяжару на Месяцы прыкладна ў 6 разоў меншая, чым на Зямлі. У столькі ж разоў меншымі будуць і паказанні спружынных вагаў. Каб вызначыць масу цела трэба правесці «кантрольнае» ўзважванне гіры масай $m_{эт} = 1$ кг. З роўнасці (1) вынікае:

$$\frac{m}{m_{эт}} = \frac{F}{F_{эт}}. \quad (2)$$

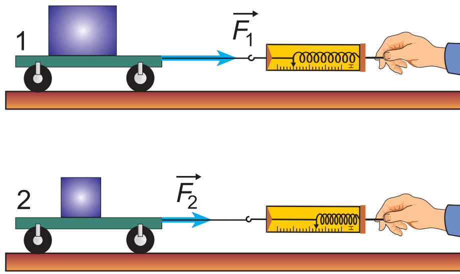
Атрыманае з прапорцыі (2) значэнне

$$m = m_{эт}\frac{F}{F_{эт}} \quad (3)$$

будзе роўна масе цела, незалежна ад таго, дзе адбывалася ўзважванне.

А ці можна знайсці масу цела, не выкарыстоўваючы сілу цяжару? Можна.

2. Параўнанне мас па інертнасці цел. Любое цела валодае ўласцівасцю рухацца па інерцыі, захоўваючы сваю скорасць нязменнай, пакуль на гэта цела не падзейнічаюць сілы. Пры гэтым адны целы лягчэй разагнаць (а разагнаўшы, спыніць), а другія — цяжэй. Для разгону або спынення нагружанай цялежкі на яе трэба дзейнічаць значна большай сілай (або значна даўжэй), чым на парожнюю.



Мал. 130

Цела, якое цяжэй разагнаць (і спыніць), называецца ***больш інертным.***

Як вызначыць, *у колькі разоў* адно цела больш інертнае, чым другое?

Правядзём дослед. Паставім на гарызантальную паверхню дзве лёгкія цялежкі з рознымі грузамі (цела *1* і цела *2*) (мал. 130), здольныя каціцца амаль без трэння. Будзем разганяць цялежкі так, каб яны паскараліся аднолькава, не абганяючы і не адстаючы адна ад адной. Няхай на цела *1* трэба было дзейнічаць сілай у тры разы большай, чым на цела *2* (гл. мал. 130). Значыць, першае цела ў тры разы цяжэй разагнаць, чым другое, г. зн. цела *1* у тры разы *больш інертнае*, чым цела *2*.

Такія доследы даюць магчымасць вызначыць **масу цела як меру яго інертнасці**.

Няхай другое цела — гэта эталон масы. Тады масу першага цела можна знайсці з дадзенага доследу па формуле (3). Але цяпер у ёй $F_{эт}$ — гэта модуль сілы, якая паскарае цела масай 1 кг, а F — модуль сілы, якая надае такое ж паскарэнне целу, масу якога мы вымяраем.

Не забывайце аб тым, што масіўныя целы цяжка не толькі паскорыць, але і запаволіць.

Памятайце — ніякімі тармазамі аўтамабіль нельга спыніць імгненна!

Масу як меру інертнасці называюць *інертнай масай*, а масу, якая вызначаецца па сіле прыцяжэння цел адно да аднаго, — *гравітацыйнай масай*. Роўнасць інертнай і гравітацыйнай мас неаднаразова правяралася на доследзе. Сучасныя эксперыменты гарантуюць, што адрозненне інертнай і гравітацыйнай мас (калі яно ёсць) для цела масай у адну тону меншае за адну мільённую долю грама.

Напомнім яшчэ дзве практычна важныя ўласцівасці масы:

- агульная маса m некалькіх цел роўна суме іх мас:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + ...; \qquad (4)$$

- маса аднароднага цела аб'ёмам V прапарцыянальна гэтаму аб'ёму:

$$m = \rho V, \qquad (5)$$

дзе ρ — шчыльнасць рэчыва, з якога складаецца цела.

Уласцівасць масы (4) здаецца відавочнай. Аднак яна выконваецца толькі прыбліжана. Калі два або некалькі цел аб'ядноўваюцца ў адно з вылучэннем энергіі, то маса аб'яднанага цела будзе *меншай*, чым сума мас зыходных цел! Так адбываецца таму, што *маса з'яўляецца мерай энер-*

гіі, якая знаходзіцца ў целе. Такі вывад быў зроблены А. Эйнштэйнам у 1905 г. Аказваецца, у адным граме любога рэчыва назапашана столькі энергіі, колькі яе вылучаецца пры згаранні 20 000 т нафты! Больш падрабязна аб гэтым будзе сказана ў 11-м класе.

Тое, што адна фізічная велічыня — маса — характарызуе самыя важныя ўласцівасці матэрыі (інертныя, гравітацыйныя і энергетычныя), з'яўляецца адным з самых важных законаў прыроды.

Галоўныя вывады

1. Маса цела — мера яго інертнасці.
2. Маса цела — мера яго гравітацыйных уласцівасцей.
3. Маса дадзенага цела на Зямлі, на Месяцы і г. д. аднолькавая.

Кантрольныя пытанні

1. Мерай якіх уласцівасцей цела з'яўляецца яго маса?
2. Якую цялежку цяжэй разагнаць: нагружаную або парожнюю? А спыніць?
3. Якімі спосабамі можна параўнаць масы двух цел? Які з гэтых спосабаў можна выкарыстаць на арбітальнай станцыі?
4. Ці зменіцца маса цела пры яго пераносе з Зямлі на іншую планету?

Прыклад рашэння задачы

На адной шалі раўнаплечых вагаў ляжыць яблык. Вагі будуць у раўнавазе, калі на другую шалю пакласці гіры, масы якіх $m_1 = 100$ г і $m_2 = 50$ г. Вызначыце масу яблыка і яго вагу на Зямлі і на Месяцы.

Дадзена:

$m_1 = 100$ г

$m_2 = 50$ г

$g_З = 9,81\ \frac{Н}{кг}$

$g_М = 1,62\ \frac{Н}{кг}$

$m_З$ — ? $m_М$ — ?

$P_З$ — ? $P_М$ — ?

Рашэнне

Маса яблыка на Зямлі і на Месяцы аднолькавая:

$$m_З = m_М = m_1 + m_2 = 150 \text{ г} = 0,15 \text{ кг}.$$

Вага яблыка лікава роўна модулю сілы цяжару: на Зямлі $P_З = g_З m_З$, на Месяцы $P_М = g_М m_М$.

Тады

$$P_З = 9,81\ \frac{Н}{кг} \cdot 0,150 \text{ кг} = 1,47 \text{ Н};$$

$$P_М = 1,62\ \frac{Н}{кг} \cdot 0,150 \text{ кг} = 0,243 \text{ Н}.$$

Адказ: $m_З = m_М = 0,15$ кг; $P_З = 1,5$ Н; $P_М = 0,24$ Н.

Практыкаванне 12

1. У колькі разоў маса Сонца большая за масу Зямлі? Месяца? Электрона?

2. Чаму роўна маса вады ў запоўненым акварыуме, памеры якога 1 × 1 × 1 м? Чаму роўна маса паветра ў такім жа аб'ёме (пры нармальных умовах)? Што

больш: маса кубаметра бетону або кубаметра алюмінію? Чаму роўна маса аднаго літра вады, ртуці, бензіну?

3. Паказанні дынамометра, да якога падвешаны металічны цыліндр аб'ёмам $V = 100$ см^3, роўны $P = 2{,}70$ Н. Ці зменяцца паказанні дынамометра, калі дослед праводзіць на Месяцы? Чаму роўна маса цыліндра і яго шчыльнасць на Зямлі? На Месяцы? Прыняць $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

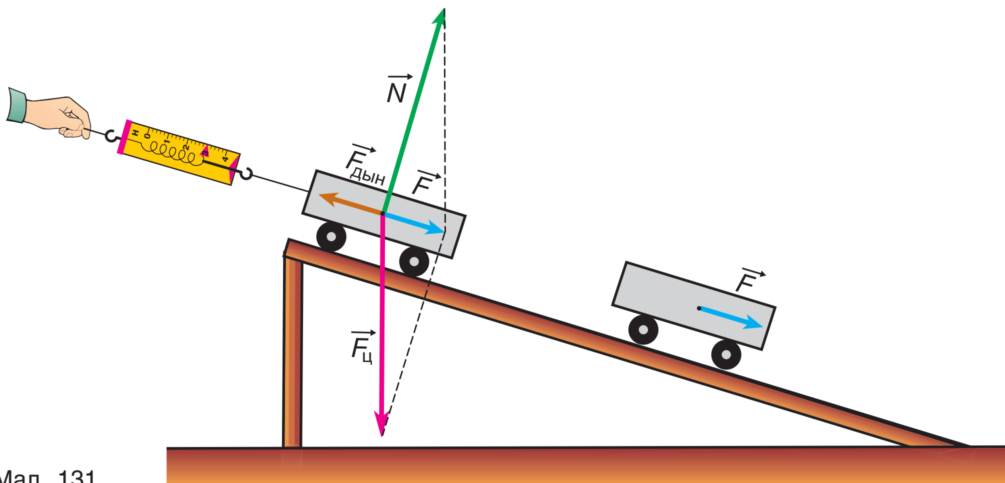
4. Вызначыце масу дэталі, калі на нераўнаплечых вагах яе ўраўнаважыла гіра масай $m = 250$ г. Адносіна плячэй $\frac{l_1}{l_2} = 2$. Разгледзьце два выпадкі.

5. Пры ўзважванні цела на рычажных вагах яго ўраўнаважыла гіра масай $m_1 = 200$ г. Цела пераклалі на другую шалю гэтых жа вагаў. Тады яго ўраўнаважыў набор гір агульнай масай $m_2 = 288$ г. Чаму роўна маса цела?

§ 20. Другі закон Ньютана — асноўны закон дынамікі

Паскарэнне цела ўзнікае толькі пад дзеяннем сіл. Як знайсці гэта паскарэнне? Куды яно накіравана? Які яго модуль?

Правядзём дослед. Паставім цялежку на нахіленую плоскасць і будзем утрымліваць яе дынамометрам (мал. 131). На цялежку будуць дзейнічаць сіла цяжару $\vec{F}_ц$, сіла рэакцыі апоры $\vec{N}$ і сіла пругкасці спружыны дынамометра $\vec{F}_{дын}$.



Мал. 131

У стане спакою $\vec{F}_{\text{дын}} + \vec{F}_{\text{ц}} + \vec{N} = \vec{0}$, або

$$\vec{F}_{\text{дын}} = -(\vec{F}_{\text{ц}} + \vec{N}). \quad (1)$$

Адпусцім цялежку. Яна пачне скочвацца ўніз з некаторым паскарэннем $\vec{a}$.

У гэтым доследзе можна не прымаць у разлік сілу трэння качэння і супраціўленне паветра. Таму выніковая сіл, што дзейнічаюць на цялежку, якая рухаецца, $\vec{F} = \vec{F}_{\text{ц}} + \vec{N}$. Тады з формулы (1) вынікае: модуль выніковай усіх сіл, прыкладзеных да цялежкі пры яе руху, роўны паказанням дынамометра пры яе спакоі ($F = F_{\text{дын}}$).

Прадоўжым дослед. Вызначым, як залежыць паскарэнне цялежкі ад сіл, якія на яе дзейнічаюць, і ад яе масы.

1. Залежнасць паскарэння цела ад выніковай сіл, прыкладзеных да яго. Няхай цялежка за час t прайшла шлях s. Модуль паскарэння цялежкі знойдзем па формуле кінематыкі $a = \frac{2s}{t^2}$. Шлях s (гл. мал. 131) вымераем рулеткай, час t — секундамерам. Модуль F вымераем дынамометрам да пачатку руху.

Няхай $F = F_1$, $a = a_1$. Павялічваючы вугал нахілу, правядзём доследы пры F, роўным $2F_1$, $3F_1$ і г. д. Дослед сведчыць, што пры павелічэнні модуля сілы F у 2, 3, 4, ... разы модуль паскарэння павялічваецца таксама ў 2, 3, 4, ... разы.

Значыць, *модуль паскарэння цела прама прапарцыянальны модулю выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго*:

$$a \sim F \quad (2)$$

(знак ~ абазначае прамую прапарцыянальнасць дзвюх велічынь).

2. Залежнасць паскарэння ад масы цела. Будзем цяпер праводзіць вымярэнні для цел розных мас пры адным і тым жа значэнні модуля сілы F (гл. мал. 131). Пастаянства F будзем падтрымліваць, рэгулюючы нахіл плоскасці і кантралюючы значэнне F дынамометрам. Масу будзем змяняць, нагружаючы цялежку гіркамі. Мы пераканаемся, што пры зададзеным F цела ў 2, 3, 4, ... разы *большай* масы набывае ў 2, 3, 4, ... разы *меншае паскарэнне*. Значыць, *модулі паскарэнняў, якія набываюцца целамі пад дзеяннем аднолькавых сіл, адваротна прапарцыянальны масам гэтых цел*:

$$a \sim \frac{1}{m}. \quad (3)$$

Заканамернасці (2) і (3) выражаюцца адной формулай: $a = k\frac{F}{m}$, дзе k — пастаянны каэфіцыент. У СІ каэфіцыент $k = 1$, і модуль паскарэння

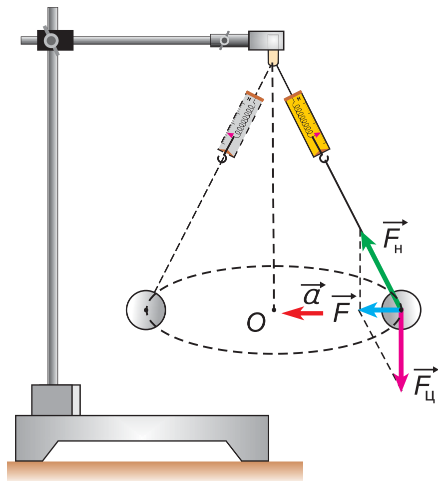
$$a = \frac{F}{m}. \quad (4)$$

Роўнасць (4) паказвае, што адзінка сілы ў СІ — **1 ньютан — гэта такая сіла, пад дзеяннем якой цела масай 1 кг набывае паскарэнне 1 $\frac{м}{с^2}$.**

А як накіравана паскарэнне? У нашым доследзе яно накіравана так, як і выніковая ўсіх сіл, прыкладзеных да цела (гл. мал. 131).

Шматлікія доследы сведчаць, што *напрамак паскарэння і выніковай сілы супадаюць заўсёды* (і для прамалінейнага, і для крывалінейнага руху).

Праверыць гэта для руху па акружнасці можна на доследах з шарыкам (мал. 132). Выніковую сілу знаходзяць па правіле паралелаграма $\vec{F} = \vec{F}_н + \vec{F}_ц$, модуль сілы нацяжэння ніткі $F_н$ — па паказаннях дынамометра, модуль сілы цяжару — па формуле $F_ц = gm$.



Мал. 132

З таго, што мы даведаліся аб *прычыне* паскарэння, аб яго *напрамку* і *модулі*, можна зрабіць вывад.

Паскарэнне цела прама прапарцыянальна выніковай прыкладзеных да яго сіл і адваротна прапарцыянальна масе цела.

Гэта асноўны закон дынамікі — **другі закон Ньютана**. Яго матэматычным выразам з'яўляецца вектарная роўнасць:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \qquad (5а)$$

або

$$m\vec{a} = \vec{F}. \qquad (5б)$$

Вектарны характар формул (5) сведчыць аб тым, што паскарэнне заўсёды накіравана па выніковай сіле.

Чаму другі закон Ньютана з'яўляецца ***асноўным законам дынамікі***? Таму, што ён дае магчымасць рашыць ***яе асноўную задачу***: *па пачатковым становішчы цела, па яго пачатковай скорасці і па дзеючых на яго сілах вызначыць становішча і скорасць цела ў любы момант часу.*

Пакажам, як рашаецца гэта задача для цела масай m, на якое на працягу прамежку часу Δt дзейнічае пастаянная сіла $\vec{F}$.

Знаходзім паскарэнне цела: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Падстаўляем паскарэнне ў формулы кінематыкі (7) і (8) з § 13. Атрымліваем адказ: канечная скорасць цела $\vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{\vec{F}}{m}\Delta t$, перамяшчэнне цела $\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 \Delta t + \frac{\vec{F}}{2m}\Delta t^2$.

А калі сіла была не пастаяннай? Тады прамежак часу Δt трэба разбіць на такія малыя інтэрвалы (крокі), каб на кожным з іх сіла $\vec{F}$ не паспявала істотна змяніцца. Рашаючы задачу крок за крокам, можна знайсці становішча цела і яго скорасць у любы момант часу. Пры большым ліку крокаў разлікі праводзяць на камп'ютары. Менавіта так знаходзяць, на якой адлегласці ад Зямлі пройдзе камета або метэарыт, як вывесці спадарожнік на арбіту і г. д.

Адзначым, што другі закон Ньютана выконваецца толькі ў інерцыяльных сістэмах адліку. Пры разліках з выкарыстаннем неінерцыяльных сістэм у формулы дабаўляюць неабходныя папраўкі.

А ці можна прымяняць формулы (5), калі цела нельга разглядаць як матэрыяльны пункт? Можна. У такіх выпадках вектар $\vec{a}$ трэба разумець як паскарэнне пункта, які называецца *цэнтрам мас* дадзенага цела. Азначэнне цэнтра мас будзе дадзена ў § 25.

Ці дастаткова прароблены намі доследаў, каб сцвярджаць, што другі закон Ньютана справядлівы заўсёды? Зразумела, недастаткова. Гэты закон прайшоў праверку на працягу больш чым трох стагоддзяў у мільёнах доследаў. Разлікі рухаў механізмаў і транспартных сродкаў, паветраных і вадзяных патокаў, планет і спадарожнікаў і г. д. грунтуюцца на механіке Ньютана. Супадзенне вынікаў такіх разлікаў з тым, што адбываецца рэальна, з'яўляецца надзейнай эксперыментальнай праверкай другога закону Ньютана.

У той жа час з доследаў з мікрачасціцамі вынікае, што да з'яў мікрасвету механіка Ньютана непрымяняльная. Формулы (5) нельга прымяняць таксама і пры скарасцях руху, якія параўнальныя са скорасцю святла.

Галоўныя вывады

1. Паскарэнне цела прама прапарцыянальна выніковай прыкладзеных да яго сіл і адваротна прапарцыянальна масе цела.

2. Паскарэнне цела накіравана таксама, як і выніковая прыкладзеных да яго сіл.

3. Адзінка сілы ў СІ — 1 ньютан — гэта сіла, пад дзеяннем якой цела масай 1 кг набывае паскарэнне $1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

4. Другі закон Ньютана дазваляе рашыць асноўную задачу дынамікі.

Кантрольныя пытанні

1. Як накіравана паскарэнне ў адносінах да сіл, што дзейнічаюць на цела?
2. Як знайсці модуль паскарэння, калі на цела дзейнічаюць некалькі сіл?
3. Куды накіравана выніковая прыкладзеных да цела сіл, калі яно рухаецца раўнамерна па акружнасці?
4. Які фізічны сэнс мае адзінка сілы ў СІ — 1 Н?
5. Як з дапамогай другога закону Ньютана рашыць асноўную задачу механікі? Пакажыце на простым прыкладзе.
6. Ці можна прымяняць другі закон Ньютана ў неінерцыяльных сістэмах адліку? Растлумачце на прыкладах.

Прыклады рашэння задач

1. Сані, маса якіх $m = 120$ кг, цягнуць па гарызантальным участку шляху, прыкладваючы сілу F пад вуглом $\alpha = 45°$ да гарызонту. Модуль сілы $F = 400$ Н. Модуль сілы трэння слізгання $F_{тр} = 100$ Н. Вызначыце модуль паскарэння саней.

Дадзена:
$m = 120$ кг
$F = 400$ Н
$\alpha = 45°$
$F_{тр} = 100$ Н

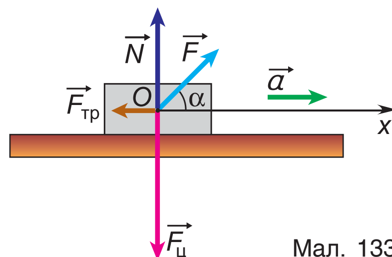
a — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 133).

Да саней прыкладзены чатыры сілы: сіла цяжару $\vec{F}_ц$, сіла трэння $\vec{F}_{тр}$, сіла рэакцыі апоры $\vec{N}$ і сіла $\vec{F}$. Па другім законе Ньютана:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_ц + \vec{F}_{тр} + \vec{N}.$$



Мал. 133

У праекцыі на вось Ox (гл. мал. 133):

$$ma_x = F_x + F_{цx} + F_{трx} + N_x,\ \text{дзе}\ F_x = F\cos\alpha;\ \ F_{цx} = 0;\ \ F_{трx} = -F_{тр};\ \ N_x = 0.$$

Адсюль

$$ma_x = F\cos\alpha - F_{тр};\quad a_x = a = \frac{F\cos\alpha - F_{тр}}{m} = \frac{400\ \text{Н} \cdot 0{,}71 - 100\ \text{Н}}{120\ \text{кг}} = 1{,}53\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Адказ: $a = 1{,}53\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2. Два цыліндры — стальны і алюмініевы — аднолькавага аб'ёму падвешаны да канцоў ніткі, перакінутай цераз нерухомы блок. Які шлях пройдзе кожны цыліндр за прамежак часу $\Delta t = 0{,}50$ с? Сілы супраціўлення не прымаць у разлік. Блок лічыць бязважкім, нітку — бязважкай і нерасцяжной. Прыняць $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

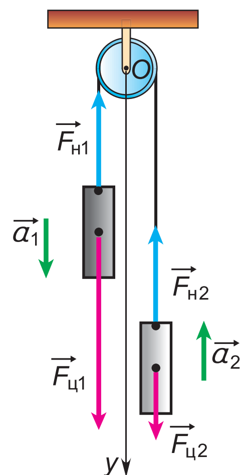
Дадзена:	Рашэнне
$V_1 = V_2$ $\Delta t = 0{,}50$ с $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$ $\rho_{\text{ал}} = 2700\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ $\rho_{\text{ст}} = 7800\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	
s — ?	

Выканаем малюнак да задачы (мал. 134). На кожную гіру дзейнічае сіла цяжару $\vec{F}_{\text{ц}}$ і сіла нацяжэння ніткі $\vec{F}_{\text{н}}$. Пакажам гэтыя сілы (гл. мал. 134).

Згодна з другім законам Ньютана:

$$m_{\text{ст}}\vec{a}_1 = \vec{F}_{\text{ц}1} + \vec{F}_{\text{н}1}; \qquad (1)$$

$$m_{\text{ал}}\vec{a}_1 = \vec{F}_{\text{ц}2} + \vec{F}_{\text{н}2}. \qquad (2)$$



Мал. 134

Паколькі нітка нерасцяжная, то $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$. Акрамя гэтага, блок і нітка бязважкія, таму маем $|\vec{F}_{\text{н}1}| = |\vec{F}_{\text{н}2}| = F_{\text{н}}$. Выберам вось Oy (гл. мал. 134) і запішам ураўненні (1) і (2) у праекцыі на гэту вось:

$$m_{\text{ст}}a = gm_{\text{ст}} - F_{\text{н}}; \qquad (3)$$

$$-m_{\text{ал}}a = gm_{\text{ал}} - F_{\text{н}}. \qquad (4)$$

Адняўшы ад ураўнення (3) ураўненне (4), атрымаем:

$$(m_{\text{ст}} + m_{\text{ал}})a = g(m_{\text{ст}} - m_{\text{ал}}).$$

Адсюль

$$a = \frac{(m_{\text{ст}} - m_{\text{ал}})g}{m_{\text{ст}} + m_{\text{ал}}}.$$

Масы цыліндраў:

$$m_{\text{ст}} = \rho_{\text{ст}}V;\ m_{\text{ал}} = \rho_{\text{ал}}V.$$

Тады

$$a = \frac{(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ал}})g}{\rho_{\text{ст}} + \rho_{\text{ал}}}.$$

Шлях, пройдзены кожным з цыліндраў:

$$s = \frac{a\Delta t^2}{2};$$

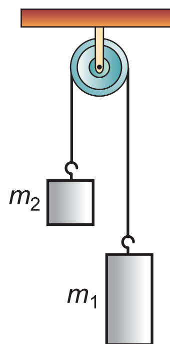
$$s = \frac{(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ал}})g\Delta t^2}{2(\rho_{\text{ст}} + \rho_{\text{ал}})} = \frac{5100\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0{,}25\ \text{с}^2}{2 \cdot 10\,500\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0{,}61\ \text{м}.$$

Адказ: $s = 0{,}61$ м.

Практыкаванне 13

1. На якой фізічнай з'яве грунтуецца стрэсванне снегу з шапкі?

2. Цела масай $m = 6{,}0$ кг перамяшчаюць па гладкай гарызантальнай паверхні, прыкладаючы гарызантальную сілу, модуль якой $F = 4{,}2$ Н. Вызначыце модуль паскарэння цела.

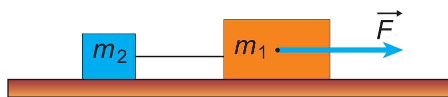


Мал. 135

3. Вядро з пяском масай $m = 20$ кг падымаюць, дзейнічаючы вертыкальна ўверх сілай, модуль якой $F = 0{,}25$ кН. З якім паскарэннем падымаецца вядро? Каэфіцыент g тут і ў наступных задачах прыняць роўным $10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

4. Дзве гіры масамі $m_1 = 2{,}0$ кг і $m_2 = 1{,}0$ кг падвешаны на канцах бязважкай нерасцяжной ніткі, перакінутай цераз бязважкі нерухомы блок (мал. 135). Кожная гіра прайшла шлях $s = 0{,}80$ м. Вызначыце модулі паскарэння і скорасці руху гір у канцы шляху.

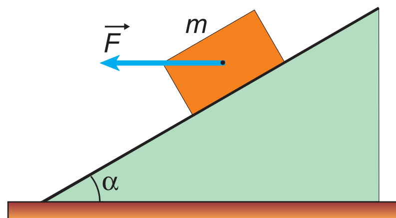
5. Два грузы масамі $m_1 = 400$ г і $m_2 = 200$ г звязаны бязважкай нерасцяжной ніткай (мал. 136), разлічанай на гранічную нагрузку $F_{\text{гр}} = 8{,}20$ Н. Вызначыце модуль максімальнай сілы F, з якой можна цягнуць груз масай m_1 па гладкай гарызантальнай паверхні, каб нітка не парвалася.



Мал. 136

6. Вызначыце паскарэнне санак, якія слізгаюць з гары вышынёй $h = 2$ м і даўжынёй $l = 4$ м. Трэнне і супраціўленне паветра не прымаць у разлік.


7. На гладкай нахіленай плоскасці з вуглом нахілу $\alpha = 30°$ (мал. 137) знаходзіцца брусок масай $m = 5{,}0$ кг, на які дзейнічае гарызантальная сіла, модуль якой $F = 15$ Н. Вызначыце паскарэнне і сілу ціску цела на плоскасць.



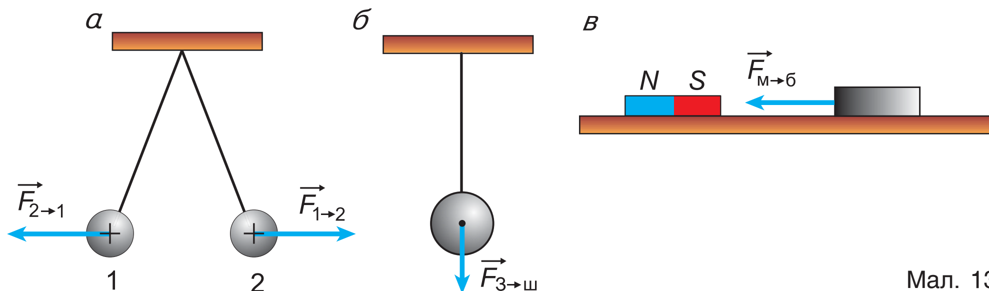
Мал. 137

§ 21. Трэці закон Ньютана. Прынцып адноснасці Галілея

Зямля прыцягвае Месяц сілай, модуль якой $F = 2{,}44 \cdot 10^{15}$ Н. Маса Месяца ў 81 раз меншая за масу Зямлі. А ці прыцягвае Месяц Зямлю? Калі прыцягвае, то з якой сілай?

Разгледзім некалькі прыкладаў.

Зараджанае цела *1* адштурхвае такое ж зараджанае цела *2* сілай $\vec{F}_{1\to 2}$ (мал. 138, *а*), Зямля прыцягвае шарык сілай $\vec{F}_{З\to ш}$ (мал. 138, *б*), магніт пры-



Мал. 138

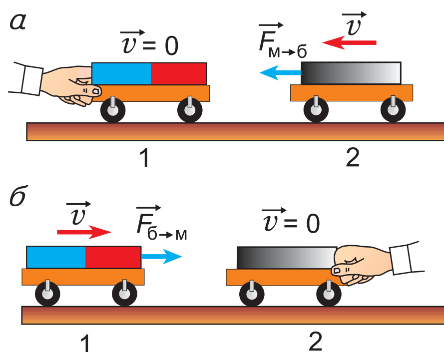
цягвае жалезны брусок сілай $\vec{F}_{м\to б}$ (мал. 138, *в*). Ці дзейнічае пры гэтым зараджанае цела *2* на зараджанае цела *1*? Шарык на Зямлю? Жалезны брусок на магніт? Калі дзейнічаюць, то з якой сілай?

Адказ відавочны толькі для выпадку, паказанага на малюнку 138, *а*. Зараджаныя целы *1* і *2* «раўнапраўныя». Цела *2* адштурхвае цела *1* дакладна гэтак жа, як цела *1* адштурхвае цела *2*. Модулі сіл $\vec{F}_{1\to 2}$ і $\vec{F}_{2\to 1}$ роўныя, а іх напрамкі процілеглыя. А калі целы адрозніваюцца адно ад аднаго (гл. мал. 138, *б*, *в*)?

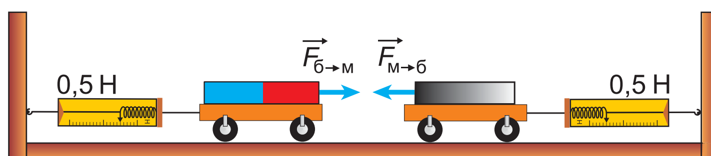
Правядзём дослед. Змесцім магніт на цялежку *1*, а жалезны брусок — на цялежку *2*. Будзем утрымліваць цялежку *1* з магнітам (мал. 139, *а*). Цялежка *2* паедзе ў бок магніта. Цяпер будзем утрымліваць цялежку *2* (мал. 139, *б*), а цялежку з магнітам адпусцім. Яна пачне рухацца ў бок бруска. Значыць, і жалезны брусок прыцягвае да сябе магніт.

Ці аднолькавыя модулі сіл $\vec{F}_{м\to б}$ і $\vec{F}_{б\to м}$, з якімі магніт і брусок прыцягваюць адзін аднаго? Роўнасць паказанняў дынамометраў (мал. 140) сведчыць аб тым, што модулі гэтых сіл роўныя: $F_{м\to б} = F_{б\to м}$.

Гэты вынік невыпадковы. Механічнае дзеянне цел адно на аднаго **заўсёды ўзаемнае** — гэта або ўзаемнае прыцяжэнне, або ўзаемнае адштурхванне. Аднабаковага дзеяння не бывае. Існуе толькі *ўзаемадзеянне*. Пры гэтым **сілы, з які-**



Мал. 139



Мал. 140

мі два целы дзейнічаюць адно на аднаго, **маюць роўныя модулі**, **процілеглыя напрамкі і ляжаць на адной прамой**:

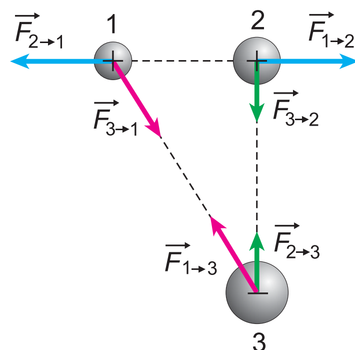
$$\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}. \quad (1)$$

Гэта сцвярджэнне справядлівае для цел любых мас, памераў, формы і саставу рэчываў. Яно мае назву **трэці закон Ньютана**.

Што яшчэ неабходна ведаць пра сілы ўзаемадзеяння?

Сілы ўзаемадзеяння прыкладзены да розных цел ($\vec{F}_{1\to 2}$ — да цела *2*, а $\vec{F}_{2\to 1}$ — да цела *1*) (гл. мал. 138, *а*). Таму яны не могуць ураўнаважыць (кампенсаваць) адна адну.

Сілы ўзаемадзеяння двух цел маюць адну і тую ж «прыроду». Напрыклад, абедзве з'яўляюцца электрычнымі сіламі або абедзве — гравітацыйнымі і г. д.



Мал. 141

Калі адначасова ўзаемадзейнічаюць некалькі сіл, то роўнасць (1) выконваецца для кожнай пары цел (мал. 141).

На падставе трэцяга закону Ньютана часта ўзнікае пытанне: «Чаму яблык падае на Зямлю, а не Зямля на яблык, хоць модулі сіл, з якімі яны прыцягваюць адно аднаго, роўныя?»

Роўнасць модуляў сіл не азначае роўнасць вынікаў іх дзеяння. Пры аднолькавых модулях сіл, але велізарнай рознасці мас, адлегласць, якую праходзіць Зямля насустрач яблыку, вельмі нязначная ў параўнанні з адлегласцю, пройдзенай яблыкам.

Дакажам гэта. Для цел, якія ўзаемадзейнічаюць, па трэцім законе Ньютана $\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$, а па другім законе $\vec{F}_{1\to 2} = m_2\vec{a}_2$, $\vec{F}_{2\to 1} = m_1\vec{a}_1$. Адсюль

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}. \quad (2)$$

Модулі паскарэнняў, якія набываюць целы з прычыны іх ўзаемадзеяння, адваротна прапарцыянальны масам цел.

Калі ў пачатковы момант абодва целы знаходзіліся ў спакоі, то па законах кінематыкі

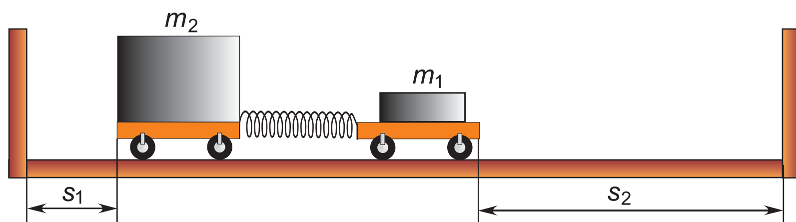
$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{s_2}{s_1}, \quad (3)$$

дзе s_1 і s_2 — шляхі, пройдзеныя целамі. Выведзіце суадносіну (3) самастойна, лічачы рух цел роўнапаскораным. З формул (2) і (3) вынікае:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{m_1}{m_2}. \qquad (4)$$

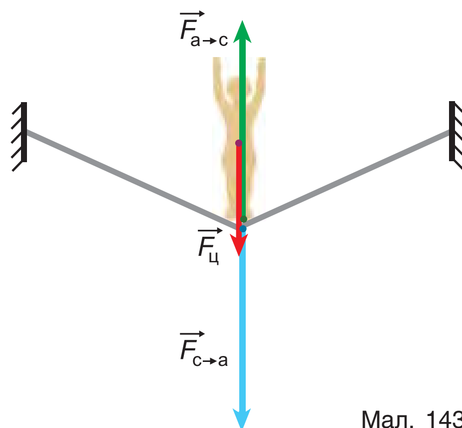
Разлічыце шлях, які пройдзе Зямля насустрач яблыку, што падае з вышыні $h = 3$ м. Маса яблыка $m_1 = 200$ г, маса Зямлі $m_2 = 6 \cdot 10^{24}$ кг.

Роўнасці (2) і (4) можна выкарыстаць для параўнання мас. Прапануйце спосаб вымярэння масы цела з дапамогай установкі, паказанай на малюнку 142.



Мал. 142

Трэці закон Ньютана тлумачыць многія з'явы паўсядзённага жыцця. Напрыклад, пры скачках на батуце (мал. 143) спартсмен адштурхвае апору сілай $\vec{F}_{с \to а}$. Гэта сіла прыкладзена да апоры. Адказная — «процідзейная» — сіла $\vec{F}_{а \to с}$, прыкладзеная да спартсмена, надае яму накіраванае ўверх паскарэнне.

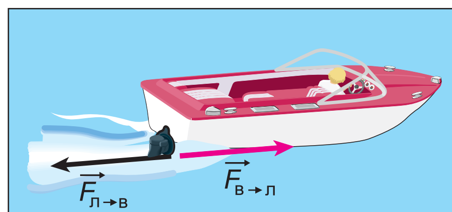


Мал. 143

Чалавек пры хадзьбе, аўтамабіль пры руху адштурхваюцца ад дарожнага пакрыцця. У адказ на гэта, дарожнае пакрыццё дзейнічае на іх з сілай, якая мае гарызантальную складальную, накіраваную ўперад.

Карабель, лодка адштурхваюцца ад вады, вінтавы самалёт — ад паветра, рэактыўны — ад выкідаемых рухавіком газаў.

На малюнку 144 паказана сіла, якая дзейнічае з боку вінта лодкі, што верціцца, на ваду $\vec{F}_{л \to в}$, і ўзнікаючая ў адказ сіла $\vec{F}_{в \to л}$, з якой вада штурхае лодку ўперад.



Мал. 144



Мал. 145

Доследы сведчаць, што трэці закон Ньютана выконваецца з вялікай дакладнасцю для механічных з'яў у макрасвеце пры нерэлятывісцкіх ($v << c$) скарасцях руху цел.

Мы вывучылі законы Ньютана — асноўныя законы дынамікі.

Яны ўзгадняюцца яшчэ з адным найважнейшым палажэннем механікі — *прынцыпам адноснасці Галілея*.

Разгледзім прыклад. На століку ў купэ вагона ляжыць мячык (мал. 145). Пакуль поезд рухаецца адносна Зямлі з пастаяннай скорасцю, мячык знаходзіцца ў стане спакою адносна вагона. Калі ж поезд адносна Зямлі пачне рухацца паскорана або запаволена, то мячык пачне рухацца адносна вагона. Значыць, у сістэмах адліку «вагон, які рухаецца з пастаяннай скорасцю» і «вагон, які рухаецца з паскарэннем» механічныя з'явы адбываюцца па-рознаму.

Гэтыя сістэмы «нераўнапраўныя»: першая сістэма адліку інерцыяльная, а другая — неінерцыяльная.

А ці раўнапраўныя паміж сабой інерцыяльныя сістэмы? А ці аднолькавы, напрыклад, рух цел у вагоне ў стане спакою і ў вагоне, які рухаецца адносна Зямлі раўнамерна і прамалінейна?

Доследы сведчаць, што адносна поезда, самалёта і г. д., якія маюць у сістэме адліку «Зямля» пастаянную скорасць, целы рухаюцца дакладна так, як яны рухаліся б адносна Зямлі. Параўноўваць пры гэтым трэба рух *аднолькавых цел* пры *аднолькавых умовах* адносна «сваіх» сістэм адліку.

На падставе падобных доследаў быў зроблены вывад: **ва ўсіх інерцыяльных сістэмах адліку механічныя з'явы пры аднолькавых умовах адбываюцца аднолькава.**

Дадзенае сцвярджэнне выражае *раўнаўпраўнасць усіх інерцыяльных сістэм у механіцы*. Яно мае назву **прынцып адноснасці Галілея**.

Гэты прынцып можна сфармуляваць і такім чынам: «*ніякімі механічнымі доследамі, якія праводзяцца ў любой інерцыяльнай сістэме, нельга вызначыць, знаходзіцца яна ў стане спакою ці рухаецца раўнамерна і прамалінейна*».

Заснавальнікам прынцыпу адноснасці заслужана лічыцца Галілеа Галілей. У 1632 г. у сваёй кнізе «Дыялогі аб дзвюх сістэмах свету» пасля пераканаўчых разважанняў ён дае такую фармулёўку дадзенаму прынцыпу: «*Для прадметаў, захопленых раўнамерным рухам, гэты рух быццам бы не існуе*».

Законы Ньютана і прынцып адноснасці Галілея — аснова класічнай механікі, яе найбольш агульныя палажэнні. Але іх недастаткова для таго, каб рашыць любую задачу механікі. Неабходна ведаць, якія віды сіл існуюць у механіцы і якія заканамернасці характэрны для кожнага віду сіл.

Галоўныя вывады

1. Дзеянне цел адно на аднаго заўсёды ўзаемнае. Узаемадзеянне цел у механіцы — гэта або ўзаемнае прыцяжэнне, або ўзаемнае адштурхванне.
2. Сілы ўзаемадзеяння двух цел маюць аднолькавую прыроду, роўныя модулі і накіраваны па адной прамой у процілеглыя бакі.
3. Сілы ўзаемадзеяння двух цел не кампенсуюць адна адну, паколькі прыкладзены да розных цел.
4. Ва ўсіх інерцыяльных сістэмах адліку механічныя з'явы пры аднолькавых умовах адбываюцца аднолькава.

Кантрольныя пытанні

1. Да чаго зводзіцца ўзаемадзеянне цел у механіцы?
2. Што агульнае маюць сілы, з якімі два целы дзейнічаюць адно на аднаго? Чым яны адрозніваюцца?
3. Ці могуць сілы ўзаемадзеяння кампенсаваць адна адну? Чаму?
4. Ці аднолькавыя паскарэнні, якія набываюць целы ў выніку іх узаемадзеяння?
5. У чым заключаецца прынцып адноснасці Галілея?



Мал. 146

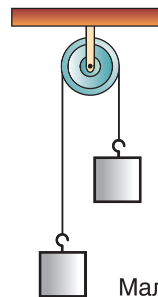
Практыкаванне 14

1. Гіра знаходзіцца на кавалку паралону (мал. 146). Пакажыце сілы ўзаемадзеяння гэтых цел аднаго з адным. Як накіраваны гэтыя сілы? Якая іх прырода? Дзе знаходзяцца пункты прыкладання гэтых сіл?

2. На нітцы, перакінутай цераз нерухомы блок, вісяць два грузы (мал. 147). Вызначыце і пакажыце сілы, якія дзейнічаюць на блок, на ніткі і на кожны з грузаў. Пакажыце, якія з гэтых сіл звязаны паміж сабой трэцім законам Ньютана.

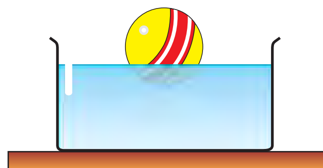


3. Чаму па лёдзе цяжка разагнацца без канькоў, але лёгка — на каньках?



Мал. 147

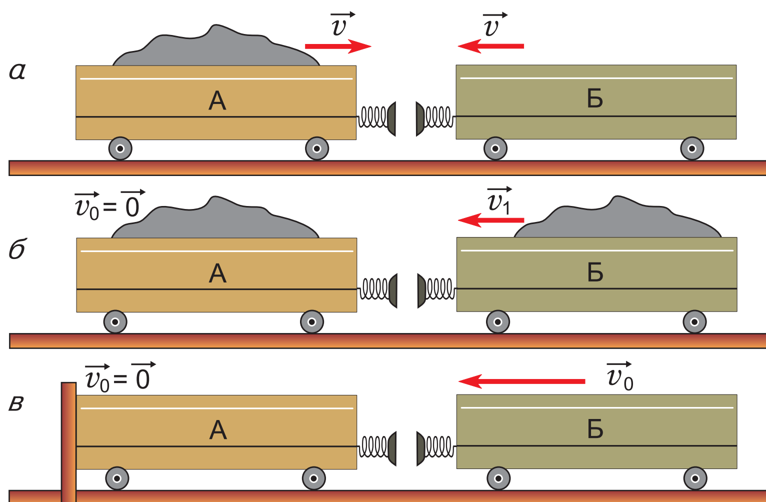
4. Пакажыце і назавіце сілы, якія дзейнічаюць на мяч, што плавае ў вадзе (мал. 148). Для кожнай з гэтых сіл пакажыце сілу, звязаную з ёй па трэцім законе Ньютана.



Мал. 148



5. Для змякчэння саўдараў вагоны абсталяваны буфернымі спружынамі (мал. 149, *а, б, в*).



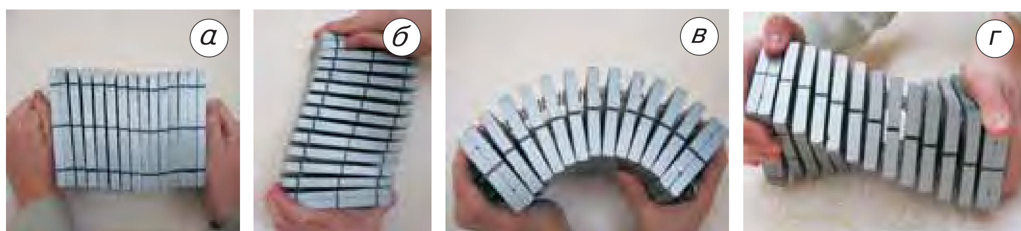
Мал. 149

У якога з двух аднолькавых вагонаў пры сутыкненні мацней сціснуцца спружыны? Разгледзьце тры выпадкі: а) вагоны рухаліся насустрач адзін аднаму з аднолькавымі скарасцямі, але вагон А быў загружаны, а вагон Б быў пусты; б) абодва вагоны былі аднолькава загружаны, але вагон А да сутыкнення знаходзіўся ў спакоі; в) адзін з вагонаў да сутыкнення стаяў ушчыльную да нерухомай сцяны.

§ 22. Дэфармацыя цел. Сіла пругкасці. Закон Гука

Сіла надае целам паскарэнне і выклікае дэфармацыю. Мы ведаем, як вызначыць паскарэнне. А як знайсці дэфармацыю?

Дэфармацыяй цела называюць змяненне яго памераў і формы. Дэфармацыя адбываецца ў выніку перамяшчэння адных частак цела адносна другіх. На малюнку 150, *а — г* паказаны розныя віды дэфармацый: а) сціскание; б) зрушэнне; в) выгін; г) кручэнне.



Мал. 150



Мал. 151

Для малюнка 150, *а* — *г* выкарыстана мадэль цела, якая складаецца з пласцін і спружынак. Вы самі зможаце мадэліраваць любыя дэфармацыі з дапамогай звычайнай гумы або кубіка з паралону, на грані якіх нанесены паралельныя прамыя (мал. 151).

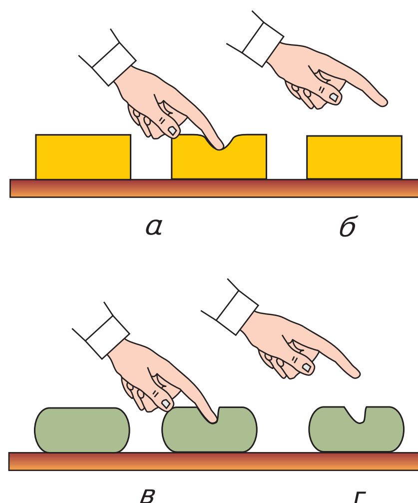
Асноўнымі відамі дэфармацый з'яўляюцца *расцяжэнне*, *сцісканне* (гл. мал. 150, *а*) і *зрушэнне* (гл. мал. 150, *б*).

Пры сцісканні і расцяжэнні змяняюцца адлегласці паміж слаямі, а пры зрушэнні слаі зрушваюцца адзін адносна аднаго.

Дэфармацыю *выгіну* можна ўявіць як камбінацыю сціскання і расцяжэння, якія неаднолькавыя ў розных частках цела (гл. мал. 150, *в*). Дэфармацыя *кручэння* зводзіцца да камбінацыі дэфармацый зрушэння (гл. мал. 150, *г*).

Дэфармацыі ўзнікаюць пад дзеяннем прыкладзеных да цела знешніх сіл (гл. мал. 150). Правядзём дослед. Націснем на кавалак гумы (мал. 152, *а*). Ён дэфармуецца. Спынім дзеянне сілы. Дэфармацыя знікла (мал. 152, *б*). Калі памеры і форма цела поўнасцю ўзнаўляюцца пасля спынення дзеяння сілы, то дэфармацыю называюць ***пругкай***.

Дэфармуем цяпер кавалак пластыліну (мал. 152, *в*). Пасля спынення дзеяння сілы яго форма не ўзнавілася (мал. 152, *г*). Такую дэфармацыю называюць ***няпругкай*** або ***пластычнай***.



Мал. 152

Характар дэфармацыі залежыць не толькі ад рэчыва, з якога складаецца цела, але і ад таго, наколькі вялікая знешняя сіла, як доўга яна дзей-



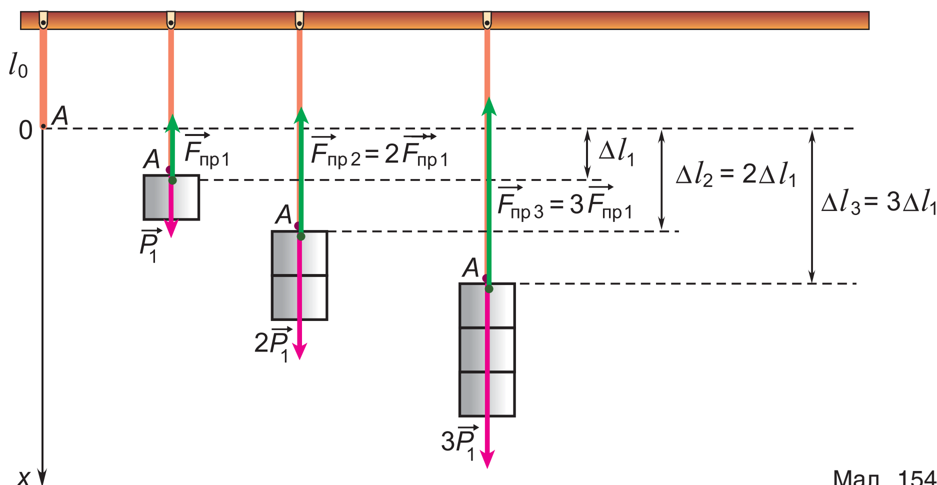
Мал. 153

нічае, а таксама ад тэмпературы цела. Напрыклад, калі жалезную пласціну крыху сагнуць і адпусціць, яна ўзновіць сваю форму. Аднак калі яе доўга трымаць пад такой жа нагрузкай, то дэфармацыя стане няпругкай. Калі ж тэмпература цела высокая, то дэфармацыя будзе пластычнай нават пры дзеянні невялікай кароткатэрміновай сілы.

Пластычную дэфармацыю зведвае метал пры пракаце, коўцы (мал. 153), штампоўцы і г. д.

Разгледзім самую простую дэфармацыю: пругкае расцяжэнне. Як залежыць велічыня дэфармацыі цела ад прыкладзенай да яго сілы?

Правядзём дослед. Замацуем адзін канец гумавага шнура, а да другога падвесім груз (мал. 154). Пад дзеяннем дэфармуючай сілы $\vec{F}_{дэф}$ (вагі грузу P) шнур расцягнецца. Яго даўжыня l будзе большай за пачатковую даўжыню l_0 на велічыню $\Delta l = l - l_0$ (гл. мал. 154). Будзем павялічваць нагрузку, падвешваючы два, тры і г. д. аднолькавыя грузы. Пры павелічэнні дэфармуючай сілы $\vec{F}_{дэф}$ у два, тры і г. д. разоў ($F_{дэф} = P_1$, $2P_1$, $3P_1$, ...) *падаўжэнне* шнура Δl павялічваецца ў столькі ж разоў (гл. мал. 154). Значыць, падаўжэнне шнура прама прапарцыянальна модулю дэфармуючай сілы: $\Delta l \sim F_{дэф}$.

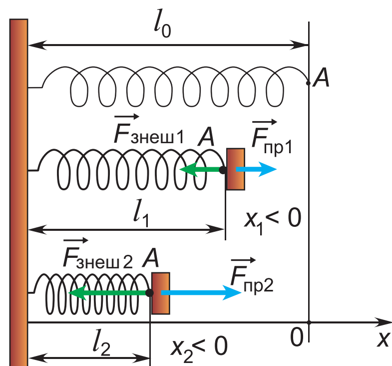


Мал. 154

Праводзячы аналагічныя доследы па сцісканні спружыны (мал. 155), можна зрабіць вывад: *пры пругкіх дэфармацыях сціскання і расцяжэння модуль змянення даўжыні цела прама прапарцыянальны модулю дэфармуючай сілы:*

$$|\Delta l| \sim F_{\text{дэф}}. \quad (1)$$

Прапарцыянальнасць захоўваецца, пакуль дэфармацыя знаходзіцца ў межах пругкасці. Пры няпругкай дэфармацыі залежнасць падаўжэння ад дэфармуючай сілы будзе больш складанай. Пры далейшым павелічэнні дэфармуючай сілы надыходзіць разбурэнне цела.



Мал. 155

У доследах па расцяжэнні шнура і сцісканні спружыны ў адказ на дзеянне дэфармуючай сілы $\vec{F}_{\text{дэф}}$ узнікла процідзеючая ёй *сіла пругкасці* $\vec{F}_{\text{пр}}$ (гл. мал. 154 і 155).

Сіла пругкасці прыкладзена да цела, якое выклікае дэфармацыю, і накіравана супраць дэфармуючай сілы.

Згодна з трэцім законам Ньютана

$$\vec{F}_{\text{пр}} = -\vec{F}_{\text{дэф}}. \quad (2)$$

З формул (1) і (2) вынікае

$$\boldsymbol{F}_{\text{пр}} = \boldsymbol{k}|\Delta \boldsymbol{l}|, \quad (3)$$

дзе k — пастаянны каэфіцыент.

Пры пругкіх дэфармацыях сціскання і расцяжэння модуль сілы пругкасці прама прапарцыянальны модулю змянення даўжыні цела.

Гэта сцвярджэнне мае назву ***закон Гука***.

Пастаянная $k = \frac{F_{\text{пр}}}{|\Delta l|}$ называецца *каэфіцыентам пругкасці* або ***жорсткасцю*** цела. *Яна лікава роўна модулю сілы пругкасці пры падаўжэнні (або сцісканні) цела на адзінку даўжыні*. У СІ жорсткасць вымяраецца ў *ньютанах на метр* $\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$.

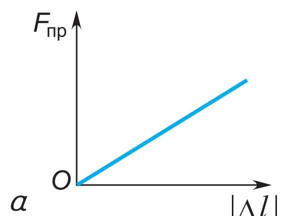
Жорсткасць цела залежыць ад матэрыялу, з якога яно выраблена, ад формы і памераў цела, ад яго тэмпературы. Для цела з пастаянным папярочным сячэннем (шнур, дрот і г. д.) жорсткасць прама прапарцыянальна плошчы сячэння S і адваротна прапарцыянальна пачатковай даўжыні цела l_0: $k = E\frac{S}{l_0}$.

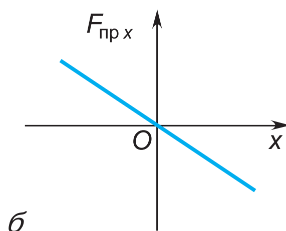
Каэфіцыент E называюць *модулем пругкасці*. Ён характарызуе пругкія ўласцівасці рэчыва. Напрыклад, модуль пругкасці сталі ў дзясяткі тысяч разоў больш, чым гумы.

З малюнкаў 154 і 155 відаць, што і пры расцяжэнні, і пры сцісканні сіла пругкасці накіравана супраць перамяшчэння пункта прыкладання дэфармуючай сілы (пункт A). З улікам гэтага закон Гука запісваюць у выглядзе:

$$\boldsymbol{F_{пр\,x} = -kx}, \qquad (4)$$

дзе $F_{пр\,x}$ — праекцыя сілы пругкасці на вось Ox, x — каардыната пункта A (гл. мал. 154 і 155). Пачатак каардынат на восі Ox выбіраецца так, каб пры $x = 0$ дэфармацыі не было.





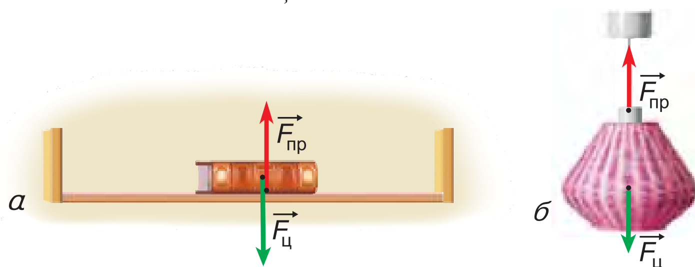
Мал. 156

На малюнку 156, *а*, *б* паказаны графікі, пабудаваныя па формулах (3) і (4). Прамалінейнасць графікаў адпавядае прама прапарцыянальнай залежнасці модуля сілы пругкасці ад $|\Delta l|$ і ад x.

Не забывайце, што закон Гука, а значыць, і суадносіны (1), (3) і (4) выконваюцца толькі для пругкіх дэфармацый!

Усе целы вакол нас у розных ступенях дэфармаваны. Хоць часцей за ўсё гэтыя дэфармацыі незаўважныя, але звязаныя з імі сілы пругкасці адыгрываюць вельмі значную ролю. Напрыклад, сіла пругкасці паліцы ўраўнаважвае сілу цяжару кнігі (мал. 157, *а*), сіла пругкасці падвесу кампенсуе сілу цяжару люстры (мал. 157, *б*), сіла пругкасці рэек утрымлівае чыгуначны састаў і г. д.

Пругкую сілу, якая ўзнікае ў адказ на дзеянне цела на апору, часта называюць *сілай рэакцыі апоры*. Сілу пругкасці расцягнутай ніткі, вяроўкі, троса і г. д. — *сілай нацяжэння*.



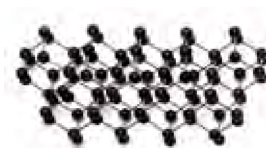
Мал. 157

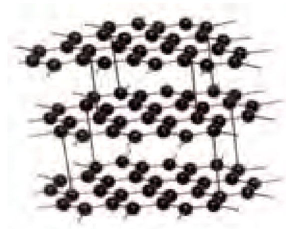
Чаму пры дэфармацыі ўзнікаюць сілы пругкасці? Якая іх прырода?

Сілы пругкасці ўзнікаюць таму, што малекулы, з якіх складаюцца целы, узаемадзейнічаюць паміж сабой. Калі знешнія сілы сціскаюць цела, малекулы мацней адштурхваюць адна адну і перашкаджаюць сцісканню. Калі ж знешнія сілы расцягваюць цела, малекулы мацней прыцягваюцца адна да адной і процідзейнічаюць расцяжэнню.

А чаму малекулы ўзаемадзейнічаюць? Таму што яны складаюцца з мікрачасціц, якія маюць электрычны зарад: дадатна зараджаных ядзер атамаў і адмоўна зараджаных электронаў на іх абалонках.

Значыць, **сілы пругкасці маюць электрамагнітную прыроду.**


Алмаз


Графіт

Мал. 158

Пругкія і пластычныя ўласцівасці цела залежаць і ад таго, як размешчаны яго малекулы (або атамы). На малюнку 158 паказаны крышталічныя рашоткі алмазу і графіту. Адрозненне ў размяшчэнні адных і тых жа часціц (атамаў вугляроду) прыводзіць да значных адрозненняў уласцівасцей гэтых рэчываў.

Галоўныя вывады

1. Змяненне памераў або формы цела называецца дэфармацыяй.
2. Калі пасля спынення дзеяння знешніх сіл памеры і форма поўнасцю ўзнаўляюцца, то дэфармацыя называецца пругкай. Калі не поўнасцю, то — пластычнай.
3. Сілы пругкасці накіраваны супраць дэфармуючых сіл.
4. Пры пругкіх дэфармацыях сціскання і расцяжэння модуль сілы пругкасці прама прапарцыянальны модулю змянення даўжыні цела: $F_{\text{упр}} = k|\Delta l|$.

Кантрольныя пытанні

1. Пры якіх умовах узнікае дэфармацыя цела? Назавіце віды дэфармацый.
2. Што такое пругкая дэфармацыя? Пластычная дэфармацыя?
3. Калі ўзнікаюць сілы пругкасці? Як яны накіраваны?
4. Што сцвярджае закон Гука? Пры якіх умовах ён выконваецца?
5. Што такое жорсткасць цела? Ад чаго яна залежыць?
6. Ці будзе падаўжэнне цела прапарцыянальна дэфармуючай сіле пры любых яе значэннях?
7. Якая прырода сіл пругкасці?

Прыклад рашэння задачы

Пад дзеяннем спружыннага дынамометра жалезны кубік з даўжынёй канта $l = 20{,}0$ см рухаецца па гладкай гарызантальнай паверхні з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Вызначыце падаўжэнне спружыны дынамометра жорсткасцю $k = 100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Дадзена:

$l = 20{,}0\ \text{см} = 0{,}200\ \text{м}$

$a = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2} = 0{,}10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$k = 100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

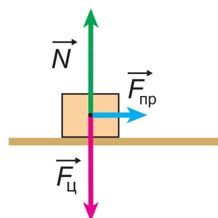
$\rho_\text{ж} = 7800\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 7{,}8 \cdot 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Δl — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 159).

На кубік дзейнічаюць: сіла цяжару $\vec{F}_\text{ц}$, сіла рэакцыі паверхні $\vec{N}$ і сіла пругкасці спружыны $\vec{F}_\text{пр}$ (гл. мал. 159). Трэнне па ўмове задачы адсутнічае.



Мал. 159

Па другім законе Ньютана:

$$m\vec{a} = \vec{N} + \vec{F}_\text{ц} + \vec{F}_\text{пр}. \qquad (1)$$

У праекцыі на гарызантальную вось Ox:

$$ma = F_\text{пр}. \qquad (2)$$

Маса кубіка $m = \rho_\text{ж} V$, аб'ём кубіка $V = l^3$. Тады

$$m = \rho_\text{ж} l^3. \qquad (3)$$

Модуль сілы пругкасці па законе Гука:

$$F_\text{пр} = k|\Delta l|. \qquad (4)$$

Падставім выразы (3) і (4) у формулу (2) і атрымаем:

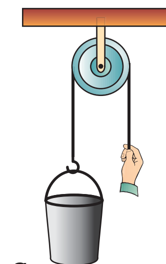
$$\rho_\text{ж} l^3 a = k|\Delta l|.$$

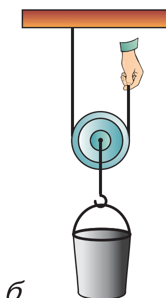
Адсюль

$$|\Delta l| = \frac{\rho_\text{ж} l^3 a}{k} = \frac{7{,}8 \cdot 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 \cdot 0{,}10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}} = 0{,}062\ \text{м}.$$

Адказ: $\Delta l = 6{,}2$ см.

Практыкаванне 15





Мал. 160

1. Вядро з пяском масай $m = 15$ кг раўнамерна падымаюць з дапамогай вяроўкі і нерухомага блока (мал. 160, *а*). Вызначыце модуль сілы нацяжэння вяроўкі. Масу блока, вяроўкі і трэнне не прымаць у разлік. У гэтай і наступных задачах прыняць $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

2. Якім будзе модуль сілы нацяжэння вяроўкі, калі ва ўмове папярэдняй задачы выкарыстоўваецца рухомы блок (мал. 160, *б*)?

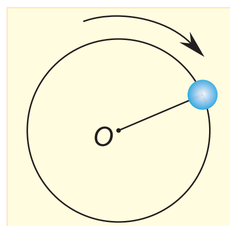
3. Вызначыце модуль сілы нацяжэння вяроўкі, калі пры пад'ёме вядро рухаецца роўнапаскорана. Модуль паскарэння вядра $a = 1{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, маса $m = 15$ кг. Разгледзьце два выпадкі (мал. 160, *а* і 160, *б*).

4. Па гладкай гарызантальнай паверхні па акружнасці радыусам $R = 30{,}0$ см раўнамерна рухаецца шарык масай $m = 200$ г, які ўтрымліваецца ніткай (мал. 161, выгляд зверху). Перыяд абарачэння шарыка $T = 3{,}14$ с. Вызначыце падаўжэнне ніткі, калі яе жорсткасць $k = 60{,}0\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

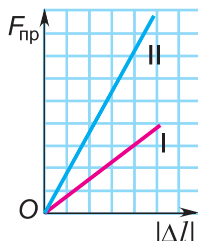
5. Трос мае жорсткасць $k = 4{,}0 \cdot 10^5\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Гранічнае падаўжэнне, пры якім ён яшчэ захоўвае пругкія ўласцівасці, $\Delta l = 12$ мм. Ці захавае трос пругкія ўласцівасці, калі да яго падвесіць груз масай: а) $m_1 = 240$ кг; б) $m_2 = 600$ кг?

6. На малюнку 162 паказаны графікі залежнасці модуляў сілы пругкасці ад падаўжэння дзвюх спружын. У колькі разоў адрозніваюцца жорсткасці спружын?

7. Спружына мае жорсткасць $k = 150\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Якой будзе жорсткасць сістэмы з дзвюх спружын, злучаных: а) «паслядоўна»; б) «паралельна»?



Мал. 161



Мал. 162

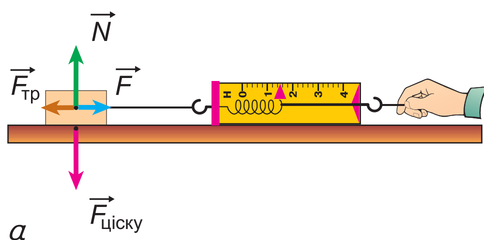
§ 23. Сілы трэння. Сілы супраціўлення асяроддзя

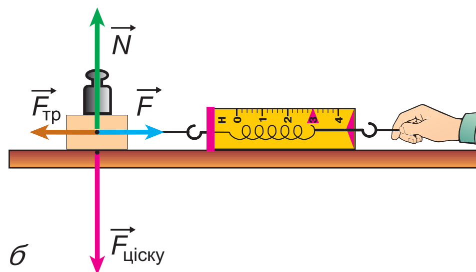
Згодна з першым законам Ньютана для руху з пастаяннай скорасцю сілы не патрэбны. Чаму ж целы, якія рухаюцца, напрыклад санкі, цялежка, лодка і г. д., спыняюцца, калі мы перастаём дзейнічаць на іх? Якія сілы перашкаджаюць іх руху?

Санкі спыняе *сіла трэння слізгання*, цялежку — *сіла трэння качэння*, лодку — *сіла супраціўлення асяроддзя*.

Разгледзім **сілу трэння слізгання**. Куды яна накіравана? Чым вызначаецца яе модуль?

Правядзём дослед. З дапамогай дынамометра будзем раўнамерна перамяшчаць драўляны брусок па паверхні стала (мал. 163, *а*). Модуль сілы трэння $F_{тр}$ будзем вызначаць па паказаннях дынамометра F (паколькі пры раўнамерным руху $\vec{F}_{тр} = -\vec{F}$).





Мал. 163

З дапамогай гіры павялічым сілу ціску $\vec{F}_{ціску}$ бруска на стол (мал. 163, *б*). Дослед сведчыць, што пры павелічэнні сілы ціску ў 2, 3, 4, ... разы паказанні дынамометра F павялічваюцца таксама ў 2, 3, 4, ... разы. Значыць, **модуль сілы трэння слізгання прама прапарцыянальны модулю сілы ціску цела на апору**:

$$\boldsymbol{F}_{тр} = \mu \boldsymbol{F}_{ціску}, \quad (1)$$

дзе μ — *каэфіцыент трэння слізгання*. Ён залежыць ад уласцівасцей паверхняў цел, што судакранаюцца: ад матэрыялаў, з якіх яны выраблены, ад наяўнасці прымесей і бруду.

У табліцы 2 пададзены прыбліжаныя значэнні каэфіцыентаў трэння для некаторых матэрыялаў.

Табліца 2. **Каэфіцыенты трэння слізгання**

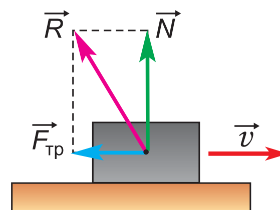
Матэрыялы	Каэфіцыент трэння
Дрэва па дрэве	0,3—0,5
Лёд па лёдзе	0,03
Сталь па лёдзе	0,02
Гума па сухім асфальце	0,7
Гума па мокрым асфальце	0,4
Гума па лёдзе	0,15

Па трэцім законе Ньютана сіла ціску бруска на стол $\vec{F}_{\text{ціску}}$ выклікае ў адказ сілу $\vec{N} = -\vec{F}_{\text{ціску}}$, прыкладзеную да бруска з боку стала (гл. мал. 163). Сіла $\vec{N}$ накіравана па нармалі да паверхні апоры. Яе называюць *нармальнай рэакцыяй апоры*. Модуль N (як і $F_{\text{ціску}}$) паказвае, наколькі моцна цела прыціснута да паверхні апоры. Таму замест роўнасці (1) часта выкарыстоўваюць формулу

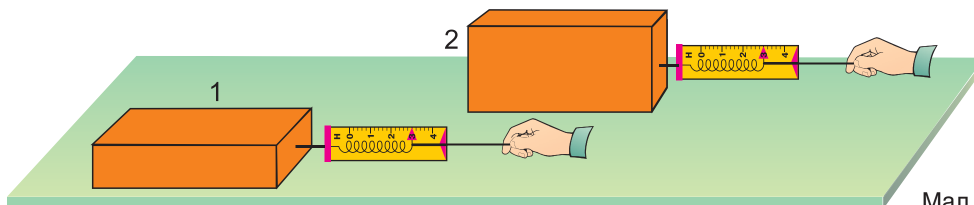
$$\boldsymbol{F}_{\text{тр}} = \mu \boldsymbol{N}. \qquad (2)$$

Чаму ў дадзеным прыкладзе роўна сіла, з якой апора дзейнічае на брусок, г. зн. рэакцыя апоры? Яна роўна $\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$ (мал. 164). Значыць, пры наяўнасці сілы трэння рэакцыя апоры мае дзве складальныя: нармальную рэакцыю апоры $\vec{N}$, перпендыкулярную паверхні апоры, і сілу трэння $\vec{F}_{\text{тр}}$, паралельную гэтай паверхні.

Ці залежыць сіла трэння слізгання ад плошчы судакранання цел? Параўнаем сілу трэння пры двух становішчах *1* і *2* бруска (мал. 165). Хоць плошча яго кантакту з дошкай у становішчы *2* меншая, паказанні дынамометра амаль не змяніліся. Доследы сведчаць: **сіла трэння практычна не залежаць ад плошчы судакранання цел.**



Мал. 164

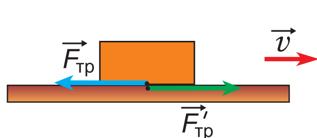


Мал. 165

Гэты вывад непрымяняльны да выпадкаў, калі плошча кантакту такая нязначная, што адно цела (напрыклад, іголка, нож, шкларэз) можа парушыць стан паверхні другога цела — зрабіць драпіну, правесці баразёнку і да т. п.

Куды накіравана сіла трэння слізгання?

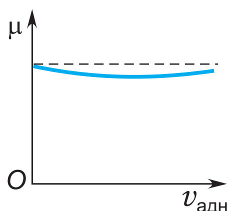
Доследы сведчаць (гл. мал. 163, 164): **сіла трэння слізгання накіравана супраць скорасці руху цела адносна апоры.**



Мал. 166

Пры сваім руху цела таксама дзейнічае на апору сілай трэння $\vec{F}'_{тр}$ (мал. 166). Яна прыкладзена да апоры, накіравана *па скорасці* цела і мае такі ж модуль, як і сіла трэння $\vec{F}_{тр}$, што дзейнічае на цела.

Адзначым, што каэфіцыент трэння слізгання μ залежыць ад скорасці руху цела адносна апоры $v_{адн}$. Змяненне μ нязначнае (мал. 167). Пры рашэнні задач, як правіла, прымаюць $\mu = \text{const}$.

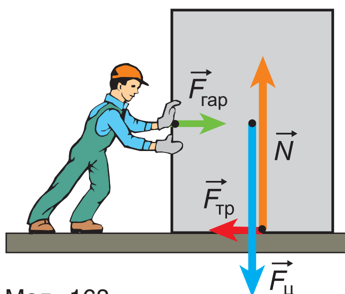


Мал. 167

А ці можа сіла трэння дзейнічаць на нерухомае цела?

Разгледзім прыклад. Шафа стаіць на гарызантальнай падлозе. На яе дзейнічаюць дзве сілы: сіла цяжару $\vec{F}_ц$ і сіла руху рэакцыі апоры $\vec{N}$. Яны ўраўнаважваюць адна адну. Сіла трэння роўна нулю.

Прыкладзём да шафы знешнюю сілу $\vec{F}_{гар}$, паралельную падлозе (мал. 168). З'явіцца **сіла трэння спакою** $\vec{F}_{тр}^{спак}$. Пакуль знешняя сіла нязначная, сіла трэння спакою кампенсуе яе ($\vec{F}_{тр}^{спак} = -\vec{F}_{гар}$), і шафа застаецца ў спакоі.

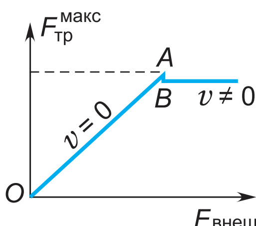


Мал. 168

Пры павелічэнні знешняй сілы будзе нарастаць і сіла трэння спакою (мал. 169), пакуль шафа не зрушыцца з месца. У гэты момант модуль сілы трэння спакою дасягае свайго максімальнага значэння $F_{тр}^{макс}$. Яно, як сведчыць доослед, прама прапарцыянальна модулю сілы ціску $F_{ціску} = N$.

Такім чынам, $0 \leqslant F_{тр}^{спак} \leqslant F_{тр}^{макс}$;

$$\boldsymbol{F_{тр}^{макс} = \mu_{спак} F_{ціску}}. \qquad (3)$$



Мал. 169

Каэфіцыент трэння спакою $\mu_{спак}$, як правіла, крыху большы за каэфіцыент трэння слізгання μ (гл. мал. 167, 169). Таму цела цяжэй зрушыць з месца, чым затым яго перамяшчаць.

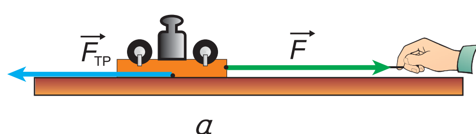
Сіла трэння спакою накіравана супраць гарызантальнай складальнай знешняй сілы, якая імкнецца зрушыць цела. Гэта вынікае з умовы раўнавагі $\vec{F}_{тр}^{спак} = -\vec{F}_{гар}$ (гл. мал. 168).

Пад дзеяннем знешняй сілы шафа можа не зрушыцца, а перавярнуцца! Ад чаго гэта залежыць? Вы даведаецеся пра гэта, рашыўшы задачу 10 у канцы параграфа.

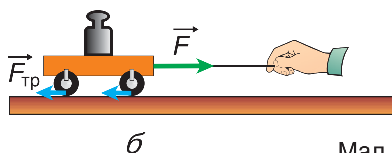
Адзначым таксама, што ў адрозненне ад сілы трэння *слізгання*, сіла трэння *спакою* — гэта прыватны выпадак сіл пругкасці.

А якой будзе сіла трэння пры *качэнні* цела?

Дослед сведчыць, што ад замены слізгання качэннем (мал. 170, *а*, *б*) сіла трэння значна памяншаецца (у дзясяткі разоў — для дрэва па дрэве, амаль у сто разоў — для сталі па сталі і г. д.).



а



б

Мал. 170

Трэнне адыгрывае важную ролю ў тэхніцы і ў штодзённым жыцці. Так, пры адсутнасці трэння любы прадмет зваліўся б з паліцы пры нязначным яе нахіле. І аўтамабіль, і пешаход не змаглі б ні пачаць рухацца, ні спыніцца. Таму трэнне часта імкнуцца павялічыць. Абутак і аўтапакрышкі робяць «рэльефнымі» (мал. 171, *а*), дарогу зімой пасыпаюць пяском і г. д.

У той жа час трэнне ў падшыпніках, у шарнірных злучэннях і г. д. з'яўляецца шкодным. Яно прыводзіць да зносу і награвання дэталей, да страт энергіі. У такіх выпадках трэнне імкнуцца паменшыць. Паверхні, якія труцца, шліфуюць, на іх наносяць спецыяльныя змазкі, слізганне замяняюць качэннем (мал. 171, *б*).

Адзначым, што дзеянне змазкі заключаецца ў замене непасрэднага кантакту цвёрдых цел на іх кантакт са слоем вадкасці.



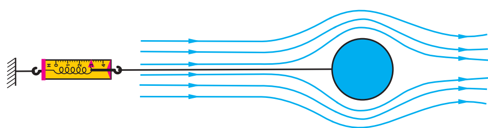
Мал. 171

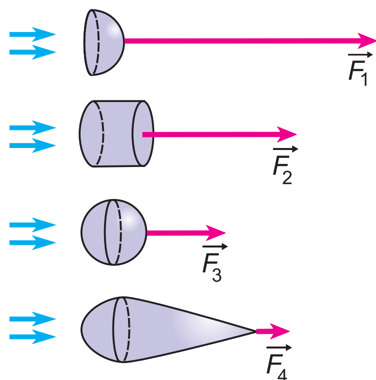
А ці можна шляхам дасканалай шліфоўкі (паліроўкі) паверхні звесці сілу трэння да нуля? Аказваецца, не. Чым лепш адшліфаваны паверхні, тым бóльшая частка малекул аднаго цела ўступае ва ўзаемадзеянне з малекуламі другога. Сілы міжмалекулярнага прыцяжэння паміж імі перашкаджаюць слізганню, і сіла трэння нават нарастае.

Разгледзім рух цела ў вадкасці або газе. Тут таксама ёсць сілы, якія перашкаджаюць руху. Іх называюць сіламі супраціўлення. **Сілы супраціўлення ў вадкасці і газе ўзнікаюць толькі пры руху цела і асяроддзя адно адносна другога.**

Значыць, **сіла трэння спакою ў вадкасцях і газах роўна нулю**.

Таму чалавек, які не змог бы зрушыць з месца ляжачую на беразе лодку, лёгка прымусіць яе рухацца, калі яна знаходзіцца на плаву.


Мал. 172



Мал. 173

Ад чаго залежыць сіла супраціўлення?

Высветліць гэта можна на доследзе, вымяраючы сілу, з якой паток газу або вадкасці дзейнічае на цела (мал. 172).

Сіла супраціўлення залежыць ад наступных фактараў.

а) Ад уласцівасцей асяроддзя:

для дадзенага цела пры адной і той жа скорасці сіла супраціўлення ў паветры значна меншая, чым у вадзе, а ў вадзе — меншая, чым у цукровым сіропе, і г. д.

б) Ад памераў цела:

для цел аднолькавай геаметрычнай формы сіла супраціўлення прама прапарцыянальна плошчы іх папярочнага сячэння.

в) Ад формы цела:

на малюнку 173 паказаны целы з аднолькавай плошчай папярочнага сячэння, але рознай формы. Найбольшую сілу супраціўлення зведвае ўвагнутая паўсфера, а найменшую — цела кроплепадобнай (абцякаемай) формы. Абцякаемая форма цела ў птушак і рыб зводзіць да мінімуму сілу супраціўлення паветра або вады. З гэтай жа мэтай абцякаемую форму надаюць самалётам (мал. 174, *а*), рачным і марскім суднам, падводным лодкам (мал. 174, *б*) і г. д.



Мал. 174

А чам абумоўлена форма парашута (мал. 174, *в*)? Растлумачце самастойна.

г) Ад скорасці руху:

сіла супраціўлення павялічваецца з павелічэннем скорасці руху цела адносна асяроддзя. Пры малых скарасцях яна павялічваецца прама прапарцыянальна модулю скорасці, а пры вялікіх — яшчэ хутчэй.

Сілы трэння і супраціўлення асяроддзя (як і сілы пругкасці) вызначаюцца ўзаемадзеяннем малекул і, значыць, маюць электрамагнітную прыроду.

Галоўныя вывады

1. Сіла трэння слізгання прама прапарцыянальна модулю сілы ціску (сілы нармальнай рэакцыі апоры) і накіравана супраць скорасці руху цела.

2. Каэфіцыент трэння слізгання залежыць ад матэрыялу і стану паверхняў, якія судакранаюцца, але практычна не залежыць ад іх плошчы.

3. Сіла трэння качэння значна меншая за сілу трэння слізгання.

4. Сіла трэння спакою ўзнікае пры наяўнасці знешняй сілы, якая імкнецца выклікаць рух цела.

5. Сілы супрацілення руху цела ў газе або вадкасці залежаць ад уласцівасцей асяроддзя, памераў і формы цела і ад скорасці яго руху адносна асяроддзя.

Кантрольныя пытанні

1. Якія віды трэння вам вядомы?
2. Ад чаго залежыць сіла трэння слізгання? Сіла трэння спакою?
3. Ад чаго залежаць сілы супраціўлення руху цела ў вадкасці або газе?
4. Якая прырода сіл трэння і сіл супраціўлення асяроддзя?

Прыклад рашэння задачы

Аўтамабіль, маючы скорасць, модуль якой $\upsilon_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, тармозіць на гарызантальным участку дарогі да поўнага спынення. Каэфіцыент трэння слізгання $\mu = 0{,}30$. Прыняўшы $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$, вызначыце час тармажэння і тармазны шлях.

Дадзена:

$\upsilon_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{г}} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\upsilon_2 = 0$

$\mu = 0{,}30$

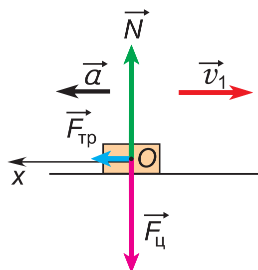
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

t — ?

s — ?

Рашэнне

Пакажам схематычна аўтамабіль і сілы, якія на яго дзейнічаюць (мал. 175).



Мал. 175

Сіла цяжару $\vec{F}_ц$ і сіла рэакцыі апоры $\vec{N}$ кампенсуюць адна адну. Іх модулі роўны: $F_ц = N$. Выніковая ўсіх сіл, прыкладзеных да аўтамабіля (гл. мал. 175), роўна сіле трэння. Па другім законе Ньютана $m\vec{a} = \vec{F}_{тр}$. У праекцыі на вось Ox (гл. мал. 175) $ma = F_{тр}$.

Паколькі $F_{тр} = \mu N = \mu F_ц = \mu gm$, модуль паскарэння $a = \mu g$. Улічыўшы, што $a = \frac{\upsilon_1}{t}$, атрымаем: $\frac{\upsilon_1}{t} = \mu g$, адкуль $t = \frac{\upsilon_1}{\mu g}$. Падставім лікавыя значэнні і знойдзем:

$$t = \frac{15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0{,}30 \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 5{,}0\ \text{с}.$$

Тармазны шлях:

$$s = \frac{at^2}{2} = \frac{\upsilon_1 t^2}{2t} = \frac{\upsilon_1 t}{2}; \qquad s = \frac{15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 5{,}0\ \text{с}}{2} \approx 38\ \text{м}.$$

Адказ: $t = 5{,}0$ с; $s = 38$ м.

Практыкаванне 16

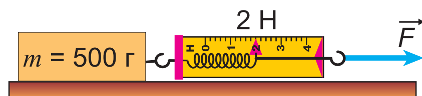
1. Чаму небяспечная язда з вялікай скорасцю па мокрай або абледзянелай дарозе?

2. Чаму з надыходам зімы забараняецца выкарыстанне «летніх» аўташын?

3. Як накіравана паскарэнне, калі выніковая ўсіх сіл, прыкладзеных да цела, якое рухаецца, роўна сіле трэння?

4. Графік залежнасці модуля сілы трэння ад модуля знешняй сілы паказаны на малюнку 169. Пры $F_{знеш} = 0$ цела знаходзілася ў спакоі. Як рухала-

ся цела па меры нарастання пастаяннай па напрамку знешняй сілы $F_{знеш}$? Як пры гэтым змянялася сіла трэння? Якому пункту графіка адпавядае модуль максімальнай сілы трэння спакою? Чаму пункт B графіка ляжыць ніжэй за пункт A?



Мал. 176

5. Па даных малюнка 176 знайдзіце каэфіцыент трэння слізгання драўлянага бруска па драўлянай дошцы. Рух бруска лічыце раўнамерным.

6. На дошцы ляжыць кніга масай $m = 0{,}60$ кг. Дошку павольна нахіляюць. Кніга пачала слізгаць па дошцы, як толькі вугал паміж дошкай і гарызонтам стаў большым, чым $\alpha = 30°$. Вызначыце максімальную сілу трэння спакою і каэфіцыент трэння спакою. Каэфіцыент g у дадзенай і наступных задачах прыняць роўным $10\ \frac{Н}{кг}$.

7. Да вертыкальнай сцяны прыціснулі цагліну. Модуль прыціскаючай гарызантальнай сілы $F = 40$ Н. Вызначыце максімальную масу цагліны, пры якой яна яшчэ не будзе слізгаць па сцяне ўніз. Каэфіцыент трэння цагліны аб сцяну $\mu = 0{,}5$.

8. На гарызантальным участку дарогі аўтамабіль масай $m = 3{,}0$ т рухаўся са скорасцю, модуль якой $v_1 = 72\ \frac{км}{г}$, і пачаў тармазіць да скорасці, модуль якой $v_2 = 36\ \frac{км}{г}$. Вызначыце час тармажэння, калі каэфіцыент трэння $\mu = 0{,}40$.

9. На краі гарызантальнага дыска радыусам $R = 40$ см, які верціцца раўнамерна з частатой $\nu = 0{,}5\ \frac{1}{с}$, ляжыць шайба. Вызначыце мінімальны каэфіцыент трэння шайбы аб дыск, пры якім шайба яшчэ не саслізгвае з дыска.


10. Чалавек спрабуе зрушыць шафу, прыкладаючы гарызантальную сілу (гл. мал. 168). На якой вышыні h ад падлогі яе можна прыкладваць без рызыкі, што шафа перавернецца? Сіла цяжару шафы прыкладзена да яе геаметрычнага цэнтра. Шырыня шафы $a = 1{,}2$ м. Каэфіцыент трэння спакою $\mu_{спак} = 0{,}4$.


11. Чаму стальны шарык у паветры падае паскорана, а ў канцэнтраваным цукровым сіропе — практычна раўнамерна?


12. Якая з дажджавых кропель дасягне зямлі хутчэй — буйная або дробная? Лічыце, што кроплі маюць аднолькавую форму (але не памеры) і падаюць з аднолькавай вышыні.

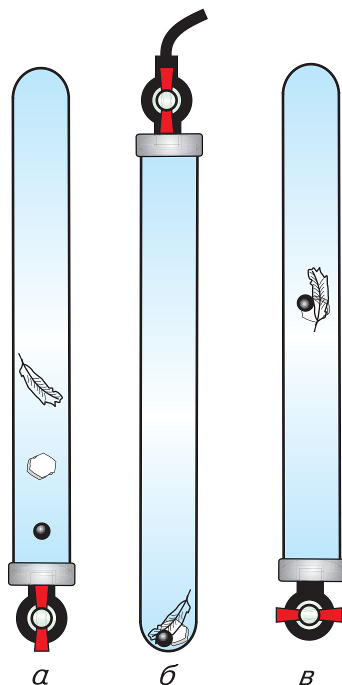
§ 24. Рух цела пад дзеяннем сілы цяжару

Законы падзення цел цікавілі людзей са старадаўніх часоў. Лічылася відавочным, што больш цяжкія целы падаюць хутчэй лёгкіх. А як на самай справе?

Правядзём дослед. Змесцім на дно шкляной трубкі шрацінку, кавалачак корку і птушынае пяро. Перавернем трубку. Хутчэй за ўсіх падае шрацінка, павольней за ўсіх — пяро (мал. 177, *а*). Ці азначае гэта, што цяжкія целы падаюць хутчэй за лёгкія? Не спяшайцеся з адказам. Адпампуем з трубкі паветра (мал. 177, *б*) і перавернем яе зноў (мал. 177, *в*). Цяпер шрацінка, корак і пяро дасягаюць дна адначасова!

Целы падаюць па-рознаму не з-за адрознення мас, а з-за супраціўлення паветра. Такі вывад зрабіў Галілей яшчэ ў XVI ст. Дослед з падзеннем цел у трубцы, з якой адпампавана паветра, быў прароблены Ньютанам.

Рух цела, на якое дзейнічае толькі сіла цяжару, называецца свабодным падзеннем.



Мал. 177

Чаму шрацінка, корак, пяро, якія падалі свабодна, рухаліся аднолькава?

Знойдзем паскарэнне свабоднага падзення $\vec{a}_{св}$ цела масай m. На яго дзейнічае толькі сіла цяжару $\vec{F}_ц$, модуль якой роўны gm. Па другім законе Ньютана $\vec{a}_{св} = \frac{\vec{F}_ц}{m}$. Значыць, паскарэнне ўсіх свабодна падаючых цел накіравана па вертыкалі ўніз, а яго модуль

$$a_{св} = \frac{gm}{m} = g. \quad (1)$$

Паскарэнне свабоднага падзення для ўсіх цел (у адным і тым жа месцы) аднолькавае!

У чым прычына такой дзіўнай заканамернасці? У тым, што маса з'яўляецца адначасова:

• мерай *гравітацыйных* уласцівасцей цел (сіла цяжару прама прапарцыянальна масе);

• мерай *інертнасці* цел (паскарэнне адваротна прапарцыянальна масе).

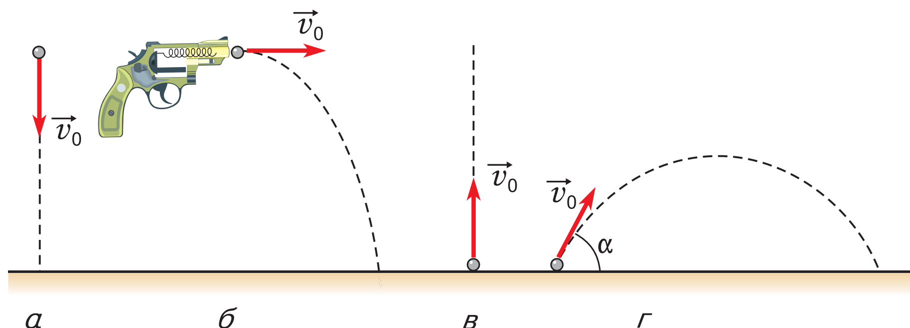
Менавіта таму пры вывадзе формулы (1) маса m пападае і ў лічнік, і ў назоўнік і скарачаецца.

Пры выкарыстанні вектарных абазначэнняў паскарэнне свабоднага падзення абазначаюць сімвалам $\vec{g}$, а сілу цяжару запісваюць у выглядзе $m\vec{g}$.

У 7-м класе каэфіцыент g мы выражалі ў $\frac{\text{Н}}{\text{кг}}$, а згодна з формулай (1) g вымяраецца ў $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. У гэтым няма супярэчнасці. Дакажыце самастойна, што $\frac{\text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

На шыраце Мінска $g = 9{,}813\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на экватары — $g = 9{,}780\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на полюсах — $g = 9{,}832\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Прычынай залежнасці паскарэння свабоднага падзення ад геаграфічнай шыраты з'яўляецца вярчэнне Зямлі вакол сваёй восі, а таксама «сплясканасць» Зямлі каля полюсаў. Пры аддаленні ад паверхні Зямлі паскарэнне свабоднага падзення паступова памяншаецца.

Характарыстыкі руху свабодна падаючых цел (траекторыя, час палёту і г. д.) залежаць ад становішча пункта кідання і ад пачатковай скорасці. Разгледзім рух металічнага шарыка, кінутага (мал. 178, *а, б, в, г*): а) вертыкальна ўніз; б) гарызантальна; в) вертыкальна ўверх; г) пад вуглом α да гарызонту, дзе $0° < \alpha < 90°$.

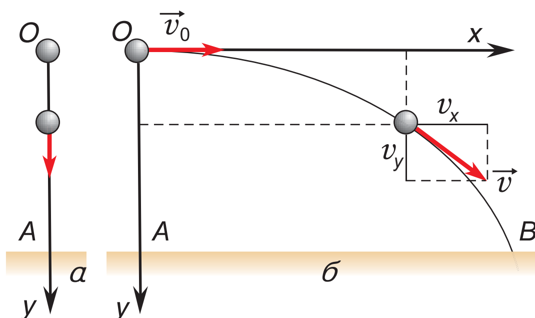


Мал. 178

Надаць шарыку пачатковую скорасць можна з дапамогай спружыннага пісталета (гл. мал. 178, *б*). Сіла супраціўлення руху шарыка з боку паветра нязначная. Шарык можна лічыць целам, якое свабодна падае з паскарэннем $\vec{g} = \text{const}$.

1. Цела, якое падае з вышыні *h* без пачатковай скорасці. Рух шарыка будзе прамалінейным, роўнапаскораным. Такі рух мы вывучалі ў кінематыцы. Для яго апісання выберам вось *Oy* (мал. 179, *а*) і з дапамогай формул з § 13 (гл. табл. 1) пры $a_y = g$, $v_{0y} = 0$ атрымаем:

$$v_y = gt; \qquad y = \frac{gt^2}{2}. \qquad (2)$$



Мал. 179

З формул (2) можна вызначыць любую характарыстыку руху шарыка. Напрыклад, прыраўняўшы $y = OA = h$, знаходзім час падзення: $t_{падз} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Затым, падстаўляючы $t_{падз}$ у формулу для v_y, вызначаем скорасць шарыка ў канцы падзення: $v_{падз} = \sqrt{2gh}$.

2. Цела, кінутае гарызантальна. З малюнка 179, *б* відаць, што шарык, кінуты гарызантальна, рухаецца па крывалінейнай траекторыі *OB*. Пры гэтым ён удзельнічае *адначасова ў двух рухах*: перамяшчаецца ўправа па гарызанталі і зніжаецца па вертыкалі.

Для апісання руху шарыка ўвядзём дзве каардынатныя восі (*Ox* і *Oy*). У час палёту на шарык дзейнічае адна пастаянная сіла $m\vec{g}$, накіраваная па восі *Oy*. Значыць, праекцыі паскарэння шарыка: $a_x = 0$, $a_y = g$.

У выніку:

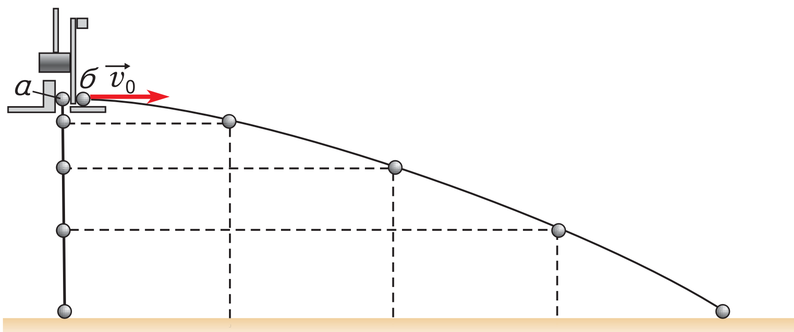
• праекцыя скорасці шарыка v_x і яго каардыната x змяняюцца па законах раўнамернага руху з пачатковай скорасцю v_0:

$$v_x = v_0; \qquad x = v_0 t; \tag{3}$$

• праекцыя скорасці v_y і каардыната y — па законах роўнапаскоранага руху без пачатковай скорасці. Для іх выконваюцца тыя ж формулы (2), што і для шарыка ў папярэднім прыкладзе.

Адсюль атрымліваем нечаканы вывад. Час палёту шарыка ў выпадках, паказаных на малюнку 179, *а*, *б*, аднолькавы! Ён роўны $t_{падз} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ і не залежыць ад пачатковай скорасці.

Праверым гэта на доследзе з дапамогай установкі, паказанай на малюнку 180. У выніку ўдару малатком па пласціне шарык *б* набывае гарызантальную па-



Мал. 180

чатковую скорасць $\vec{v}_0$. У той жа момант шарык *а* пачынае падзенне па вертыкалі без пачатковай скорасці. Шарыкі дасягаюць гарызантальнай паверхні адначасова.

Дадатковую інфармацыю даюць фатаграфіі шарыкаў, зробленыя праз роўныя прамежкі часу (гл. мал. 180). Яны пацвярджаюць, што рух абодвух шарыкаў па вертыкалі быў роўнапаскораным (і аднолькавым), а рух шарыка *б* па гарызанталі — раўнамерным.

Падкрэслім, што такая карціна руху атрымліваецца толькі пры пэўных умовах: паскарэнне $\vec{g}$ накіравана па вертыкалі і *аднолькавае* для абодвух шарыкаў *ва ўсіх пунктах траекторыі*. Дапусціце, што модуль g павялічваецца па меры павелічэння каардынаты x. Які з шарыкаў упаў бы першым?

Знойдзем *гарызантальную далёкасць* палёту шарыка — адлегласць l *ад пункта* A да месца падзення шарыка — пункта B (гл. мал. 179, *б*). З малюнка відаць, што адлегласць l роўна значэнню каардынаты x у момант падзення: $l = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Скорасць руху шарыка ў кожным пункце накіравана па датычнай да траекторыі (гл. мал. 179, *б*). З дапамогай формул (2) і (3) знаходзім залежнасць модуля скорасці ад часу: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2}$. У канцы палёту $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. Дакажыце гэта самастойна.

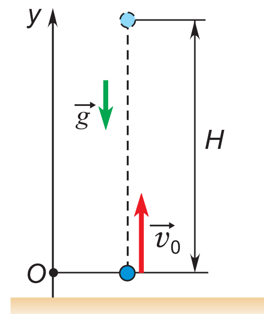
Вызначым цяпер форму траекторыі. Знойдзем час t з формулы (3) і, падставіўшы яго ў выраз для y з формулы (2), маем: $y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$.

Абазначым пастаянную $\frac{g}{2v_0^2} = C$. Тады $y = Cx^2$ (ураўненне парабалы). Значыць, траекторыя руху цела, кінутага гарызантальна, ёсць участак парабалы з вяршыняй у пункце кідання.

3. Цела, кінутае вертыкальна ўверх. Шарык рухаецца прамалінейна: роўназапаволена пры пад'ёме і роўнапаскорана пры спуску. Згодна з малюнкам 181 і формуламі з табліцы 1 § 13 для праекцый на вось Oy маем:

$$v_y = v_0 - gt; \qquad y = v_0t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (4)$$

Прыраўняўшы $v_y = 0$, знаходзім час пад'ёму: $t_п = \frac{v_0}{g}$. Прыраўняўшы $y = 0$, атрымаем поўны час палёту: $t_{пал} = \frac{2v_0}{g}$. Цяпер падставім $t_п$ у формулу (4) для каардынаты y і вызначым максімальную вышыню пад'ёму: $H = \frac{v_0^2}{2g}$.

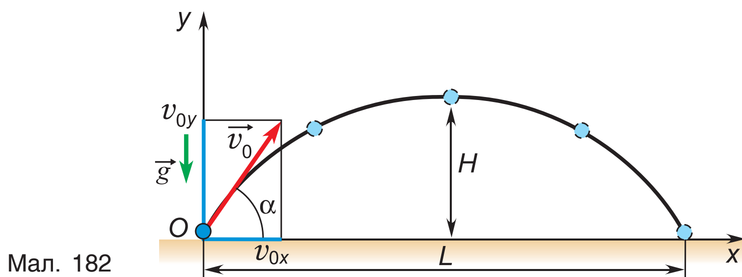


Мал. 181

4. Цела, кінутае пад вуглом $0° < \alpha < 90°$ да гарызонту. Цела ўдзельнічае адначасова ў двух рухах: роўнапераменным па вертыкалі з пачатковай скорасцю v_{0y} і раўнамерным па гарызанталі са скорасцю v_{0x} (параўнайце мал. 181 і 182). Залежнасці ад часу для праекцый скорасці і каардынат цела на восі Ox і Oy маюць выгляд:

$$v_x = v_{0x}; \quad x = v_{0x}t; \tag{5}$$

$$v_y = v_{0y} - gt; \quad y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}. \tag{6}$$



Мал. 182

З малюнка 182 відаць, што $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. Таму максімальная вышыня H, час пад'ёму на гэту вышыню $t_п$ і час палёту $t_{пал}$ вызначаюцца формуламі для шарыка, кінутага вертыкальна ўверх, у якіх v_0 замянілі на $v_0 \sin\alpha$.

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}; \quad t_п = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}; \quad t_{пал} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}. \tag{7}$$

Памножыўшы праекцыю скорасці v_x на час палёту $t_{пал}$, атрымаем гарызантальную далёкасць палёту:

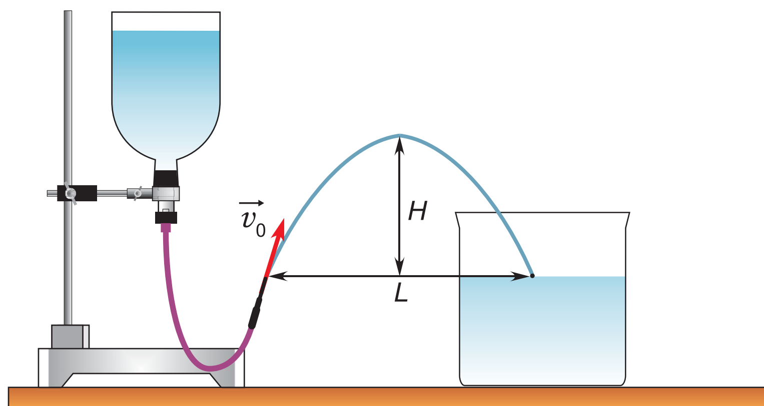
$$L = v_x t_{пал} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \tag{8}$$

Пры вывадзе формулы (8) была выкарыстана трыганаметрычная суадносіна $2 \sin\alpha \cos\alpha = \sin 2\alpha$. Формула (8) паказвае: максімальная далёкасць палёту атрымліваецца пры значэнні вугла кідання $\alpha = 45°$. З яе таксама вынікае, што далёкасць палёту прама прапарцыянальна квадрату пачатковай скорасці.

З дапамогай формул (5) і (6) можна даказаць (зрабіце гэта самастойна), што траекторыя свабодна падаючага цела, кінутага пад вуглом да гарызонту, з'яўляецца парабалай з накіраванымі ўніз галінамі і вяршыняй у верхнім пункце траекторыі.

Гэты вывад можна пацвердзіць на доследзе са струменем падфарбаванай вады, якая выцякае з пасудзіны праз гнуткі шланг з тонкім наканечнікам (мал. 183).

Рух кропель, якія ўтвараюць вадзяны струмень, з'яўляецца добрай мадэллю руху свабодна падаючых цел. Для вызначэння характару траекторыі кропель форму струменя можна параўнаць з парабаламі, загадзя намаляванымі на лісце кардону.

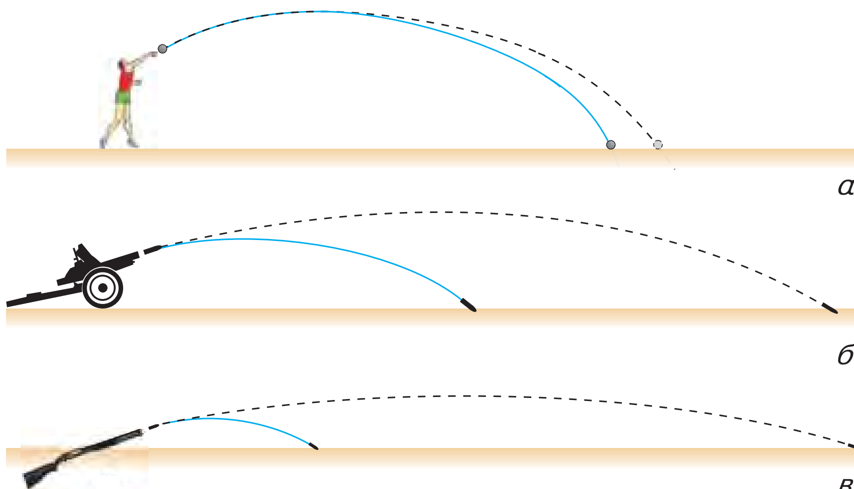


Мал. 183

На гэтай жа ўстаноўцы можна вызначыць эксперыментальна вугал, пры якім далёкасць палёту будзе максімальнай.

Рух цел пад дзеяннем сілы цяжару з улікам супраціўлення паветра і іншых фактараў вывучае *балістыка* (грэч. ballõ — кідаю).

Уплыў супраціўлення паветра на рух цел вялікай масы і малых памераў пры невялікіх скарасцях нязначны (кінуты камень, спартыўнае ядро і інш.). У іншых выпадках, напрыклад для валейбольнага мяча, ружэйнай кулі і г. д., супраціўленне паветра вельмі значнае. На малюнку 184 паказаны траекторыі рэальнага руху (суцэльныя лініі) і траекторыі руху без уліку супраціўлення паветра (штрыхавыя лініі): *а*) для спартыўнага ядра; *б*) для артылерыйскага снарада; *в*) для ружэйнай кулі.



Мал. 184

Галоўныя вывады

1. Свабодным падзеннем называюць рух цела, на якое дзейнічае толькі сіла цяжару.

2. Паскарэнне ўсіх свабодна падаючых цел у адным і тым жа месцы аднолькавае. Паблізу паверхні Зямлі модуль паскарэння свабоднага падзення $g \approx 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3. Свабодна падаючае цела ўдзельнічае адначасова ў двух рухах: у роўнапераменным па вертыкалі і ў раўнамерным — па гарызанталі.

4. Траекторыя руху цела, кінутага гарызантальна, з'яўляецца ўчасткам парабалы (калі супраціўленне паветра можна не прымаць у разлік).

Кантрольныя пытанні

1. Чым адрозніваецца рух свабоднага цела ад свабоднага падзення цел?
2. Пры якіх умовах падзенне цел можна лічыць свабодным?
3. Чаму пры звычайным ціску паветра птушынае пяро рухаецца больш павольна, чым шрацінка? Рух якога з цел найбольш блізкі да свабоднага падзення?
4. Чаму паскарэнне свабоднага падзення не залежыць ад масы цела, якое рухаецца?
5. Што агульнае маюць рухі цел, кінутых вертыкальна і гарызантальна?
6. Што такое гарызантальная далёкасць палёту? Як яе знайсці?

Прыклады рашэння задач

1. З балкона дзясятага паверха дзяўчынка кідае свайму брату звязку ключоў, надаючы ёй пачатковую скорасць $\vec{v}_0$, накіраваную вертыкальна ўніз. Да моманту прызямлення скорасць звязкі стала роўнай $\vec{v}_1$. Вызначыце вышыню, з якой былі кінуты ключы, і час іх падзення, калі $v_0 = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_1 = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Супраціўленне паветра не ўлічваць; $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$v_0 = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_1 = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

t_1 — ? h — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 185).

Скорасці $\vec{v}_0$ и $\vec{v}_1$ звязаны суадносінай $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{g}t_1$, дзе t_1 — час падзення. Пераходзячы да праекцый на вось Oy, атрымаем: $v_1 = v_0 + gt_1$. Тады час падзення:

$$t_1 = \frac{v_1 - v_0}{g} = \frac{25\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 2{,}0\ \text{с}.$$

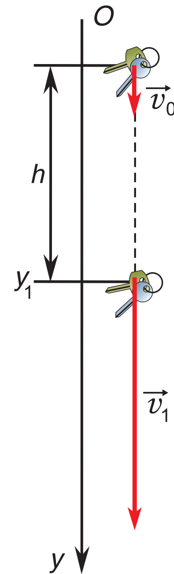
Вышыня, з якой кінуты ключы, роўна значэнню каардынаты y у момант іх прызямлення:

$$h = y_1 = v_0 t_1 + \frac{g t_1^2}{2} = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2{,}0\ \text{с} + 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4{,}0\ \text{с}^2 = 30\ \text{м}.$$

Вышыню h можна знайсці таксама па формуле $v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y \Delta r_y$. Улічыўшы, што $\Delta r_y = h$, знойдзем:

$$h = \frac{v_{1y}^2 - v_{0y}^2}{2a_y} = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2g} = \frac{625\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 25\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{20\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 30\ \text{м}.$$

Адказ: $t_1 = 2{,}0$ с; $h = 30$ м.



Мал. 185

2. Чалавек, які стаіць на беразе возера, кідае каменьчык. Пункт кідання знаходзіцца на вышыні $h = 1{,}8$ м над паверхняй вады. Пачатковая скорасць каменьчыка $\vec{v}_0$ накіравана гарызантальна. Каменьчык падае ў ваду на адлегласці $l = 4{,}8$ м ад берага. Вызначыце час палёту каменьчыка, модуль яго пачатковай скорасці і модуль скорасці, з якой ён увайшоў у ваду. Супраціўленне паветра не ўлічваць; $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

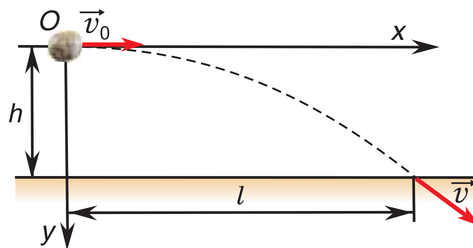
Дадзена:

$h = 1{,}8$ м
$l = 4{,}8$ м
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

v_0 — ?
v — ?
t — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 186).



Мал. 186

Каменьчык удзельнічае адначасова ў двух рухах: раўнамерным са скорасцю $\vec{v}_0$ па гарызанталі і роўнапаскораным без пачатковай скорасці па вертыкалі. У канцы палёту праекцыі на восі Ox і Oy:

$$v_x = v_0;\ x = l = v_0 t;\ v_y = gt;\ y = h = \frac{gt^2}{2}.$$

Адсюль

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}};\ v_0 = \frac{l}{t};\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

Тады

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}8\ \text{м}}{10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = 0{,}6\ \text{с}; \quad v_0 = \frac{4{,}8\ \text{м}}{0{,}6\ \text{с}} = 8{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v = \sqrt{64\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + 36\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Адказ: $t = 0{,}6$ с; $v_0 = 8{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Практыкаванне 17

У задачах дадзенага практыкавання супраціўленне паветра не прымаць у разлік і прыняць $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1. З даху 6-павярховага дома вышынёй $h = 20$ м адарваўся кавалак лёду. На якой вышыні ён будзе праз час $t = 1{,}0$ с? Праз які час ён упадзе на зямлю? Якой максімальнай скорасці дасягне? Выразіце гэту скорасць у $\frac{\text{км}}{\text{г}}$.

2. З якой скорасцю трэба кінуць мяч вертыкальна ўверх, каб ён вярнуўся назад праз час $t = 2{,}0$ с? Якой вышыні ён дасягне?

3. Мяч кінуты вертыкальна ўверх з балкона, што знаходзіцца на вышыні $h = 18{,}2$ м, са скорасцю, модуль якой $v_0 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Праз які час ён будзе на ўзроўні пункта кідання? Колькі часу пасля гэтага ён яшчэ будзе падаць? З якой скорасцю прызямліцца?

4. Шарык коціцца ў напрамку да краю пісьмовага стала са скорасцю, модуль якой $v = 40\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Вышыня стала $h = 125$ см. На якой адлегласці ад стала ўпадзе шарык?

5. Разагнаўшыся да скорасці $\vec{v}_0$, чалавек прыгае з адвеснай скалы ў ваду і дасягае паверхні вады праз час $t = 2{,}0$ с. Скорасць $\vec{v}_0$ накіравана гарызантальна, яе модуль $v_0 = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце вышыню скалы і адлегласць ад яе падножжа да пункта апускання чалавека ў ваду.

6. Цела кінута пад вуглом $\alpha = 30°$ да гарызонту з пачатковай скорасцю, модуль якой $v_0 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце праекцыі гэтай скорасці на гарызантальную і вертыкальную восі каардынат. Праз які час цела дасягне верхняга пункта траекторыі? Праз які час і на якой адлегласці ад пункта кідання прызямліцца? Якой максімальнай вышыні дасягне?

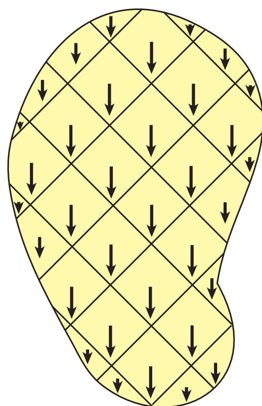
7. Брандспойт выкідвае ваду са скорасцю, модуль якой $v_0 = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Пад якім вуглом да гарызонту трэба накіраваць наканечнік брандспойта, каб вада дасягнула паверхні на адлегласці $l = 22$ м? Ці будзе гэты вугал адзіным? Вышыню, на якой знаходзіцца брандспойт, лічыць роўнай нулю.

8. Дакажыце, што пры значэннях вуглоў кідання α і $90° - \alpha$ далёкасці палёту цела будуць аднолькавымі.

9. Чаму роўна гарызантальная далёкасць палёту, калі цела кінута пад вуглом $\alpha = 30°$ да гарызонту з вышыні $h = 24$ м з пачатковай скорасцю, модуль якой $v_0 = 14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

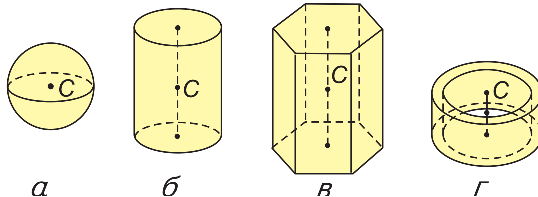
§ 25. Цэнтр цяжару. Віды раўнавагі

Устойлівасць аўтамабіля, карабля і г. д. залежыць ад размяшчэння іх цэнтра цяжару. Што такое цэнтр цяжару? Што такое ўстойлівасць?



Мал. 187

Да гэтага часу мы разглядалі сілу цяжару як адну сілу, якая дзейнічае на цела цалкам. На самай жа справе сіла цяжару $m\vec{g}$ — гэта сума сіл, прыкладзеных да кожнай часткі дадзенага цела (мал. 187). Каб адна сіла $m\vec{g}$ аказала такое ж дзеянне, як усе гэтыя сілы разам, яна павінна быць прыкладзена да цела ў строга пэўным месцы.



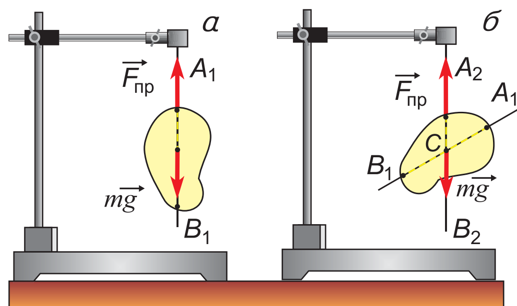
Мал. 188

Пункт прыкладання сілы цяжару называецца цэнтрам цяжару цела.

У аднародных цел правільнай формы цэнтр цяжару супадае з геаметрычным цэнтрам (мал. 188, *а*, *б*, *в*). Ён можа знаходзіцца і па-за целам (мал. 188, *г*).

Цэнтр цяжару любога цела можна знайсці на доследзе. Падвесім цела на нітцы, прымацаванай да яго ў пункце A_1 (мал. 189, *а*). Правядзём вертыкальную прамую A_1B_1. Зменім пункт падвесу (мал. 189, *б*). Правядзём вертыкальную прамую A_2B_2.

Паколькі сіла цяжару $m\vec{g}$ ураўнаважвае сілу пругкасці ніткі $\vec{F}_{\text{пр}}$, цэнтр цяжару цела знаходзіцца на



Мал. 189



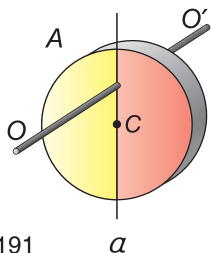
Мал. 190

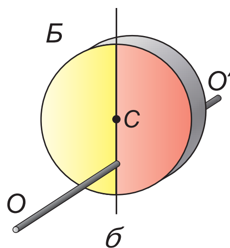
адной вертыкалі з пунктам падвесу. У першым выпадку — на прамой A_1B_1, а ў другім — на A_2B_2. Значыць, пункт перасячэння гэтых прамых (пункт C) ёсць цэнтр цяжару цела.

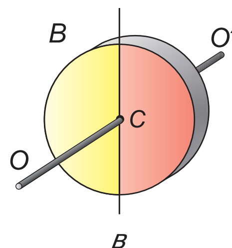
Становішча цэнтра цяжару ўплывае на ўстойлівасць вышынных збудаванняў, пад'ёмных кранаў, транспартных сродкаў і г. д. Зрушэнне цэнтра цяжару з-за няправільнай загрузкі карабля можа прывесці да парушэння раўнавагі і перакульвання (мал. 190).

Умовы раўнавагі мы вывучылі ў § 17. Разгледзім пытанне аб *відах раўнавагі* і аб *устойлівасці* цела.

Правядзём дослед. Установім дыскі *А*, *Б* і *В* так, каб яны маглі свабодна вярцецца вакол гарызантальнай восі *OO'* (мал. 191). Няхай у пачатковы момант у дыска *А* цэнтр цяжару *С* знаходзіцца пад воссю *OO'* (гл. мал. 191, *а*), у дыска *Б* — над ёй (гл. мал. 191, *б*), а ў дыска *В* — на гэтай восі (гл. мал. 191, *в*). Усе целы знаходзяцца ў становішчы раўнавагі.

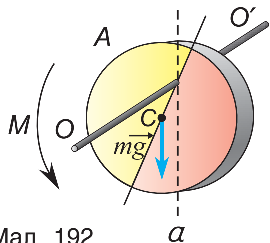


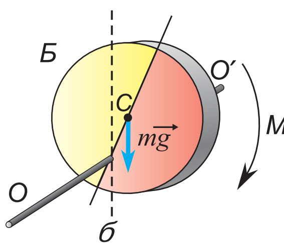


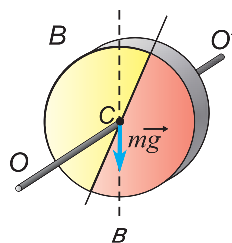


Мал. 191 *а* *б* *в*

Аднак *віды раўнавагі* кожнага з цел розныя. Прадоўжым дослед. Адхілім пачаргова кожны з дыскаў ад становішча раўнавагі на невялікі вугал і адпусцім (мал. 192, *а*, *б*, *в*). Дыск *А* вернецца назад, дыск *Б* адхіліцца ад становішча раўнавагі яшчэ больш. Дыск *В* застанецца ў раўнавазе.







Мал. 192 *а* *б* *в*

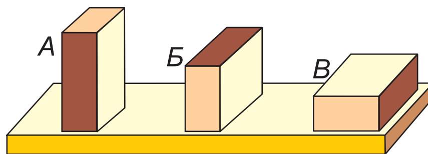
Зробім вывад. Існуюць тры віды раўнавагі: *устойлівая*, *няўстойлівая* і *абыякавая*.

Раўнавага называецца ўстойлівай, калі пры *нязначным адхіленні* цела вяртаецца ў зыходнае становішча, няўстойлівай — калі аддаляецца ад яго, абыякавай — калі цела застаецца ў раўнавазе.

Чаму ў нашых доследах целы паводзілі сябе па-рознаму? Усё залежыла ад вярчальнага моманту M сілы цяжару $m\vec{g}$ адносна восі вярчэння (гл. мал. 192). Пры адхіленні ад пачатковага становішча ў выпадку *А* момант M імкнуўся вярнуць цела ў становішча раўнавагі, а ў выпадку *Б* — яшчэ больш адхіліць. У выпадку *В* вярчальны момант заставаўся роўным нулю.

Разгледзім другі практычна важны выпадак — раўнавагу цела, якое знаходзіцца на апоры.

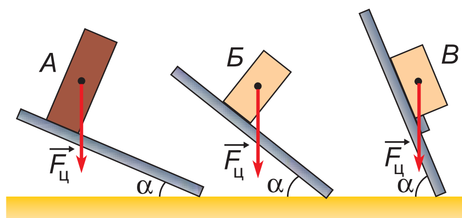
Правядзём дослед з трыма аднолькавымі брускамі *А*, *Б* і *В*, размешчанымі на гарызантальнай дошцы так, як паказана на малюнку 193. Які з іх знаходзіцца ў раўнавазе? Усе тры. У якога з брускоў раўнавага ўстойлівая? Ва ўсіх трох (растлумачце чаму).



Мал. 193

Але ці аднолькавая *ступень устойлівасці* гэтых цел? Прадоўжым дослед. Пачнём паступова нахіляць апору.

Першым перакуліцца брусок *А*, другім — брусок *Б* (мал. 194). Перакульванне бруска *В* адбудзецца пры яшчэ большым вугле нахілу (каб брусок пры гэтым не саслізгваў, да дошкі прымацавана невялікая прыступка).



Мал. 194

Чым адрозніваліся пачатковыя становішчы брускоў? Вышынёй размяшчэння цэнтра цяжару і плошчай апорнай пляцоўкі.

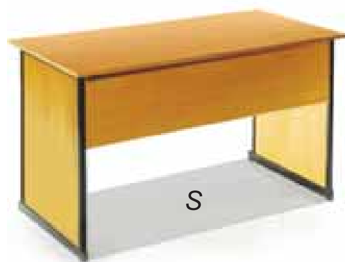
Ніжэй за ўсё цэнтр цяжару ў бруска *В*, вышэй за ўсё — у бруска *А*. Самая малая апорная пляцоўка ў бруска *А*, самая вялікая — у бруска *В*.

Значыць, **чым ніжэй размешчаны цэнтр цяжару цела і чым большая плошча апорнай пляцоўкі, тым цела больш устойлівае.**

Чым гэта тлумачыцца? Перакульванне цела адбываецца пры такім вугле нахілу, калі лінія дзеяння сілы цяжару выходзіць за межы апорнай пляцоўкі (гл. мал. 194). З малюнка відаць, што вугал нахілу тым большы, чым большыя памеры гэтай пляцоўкі і чым ніжэй цэнтр цяжару.

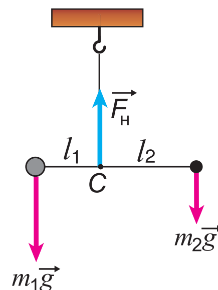
Знайдзіце пабудаваннем вуглы, пры якіх павінна адбывацца перакульванне цел *А*, *Б* і *В*, і параўнайце іх з вынікамі доследу.

Пры ацэньванні ўстойлівасці цела трэба ўлічваць, што апорная пляцоўка — гэта частка плоскасці апоры, абмежаваная прамымі, праведзенымі праз крайнія пункты кантакту цела з апорай (мал. 195). Плошча S апорнай пляцоўкі можа быць у многа разоў большай, чым плошча непасрэднага судакранання цела і апоры.



Мал. 195

Становішча цэнтра цяжару можна знайсці шляхам разлікаў. Разгледзім падвешанае на нітцы цела, якое складаецца з двух грузаў, злучаных лёгкім стрыжнем (мал. 196). Пры раўнавазе пункт падвесу C супадае з цэнтрам цяжару цела. Па правіле момантаў $m_1gl_1 = m_2gl_2$, адкуль $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$. Значыць, адлегласці ад грузаў да цэнтра цяжару цела адваротна прапарцыянальны масам грузаў, і цэнтр цяжару заўсёды размешчаны бліжэй да грузу з большай масай.



Мал. 196

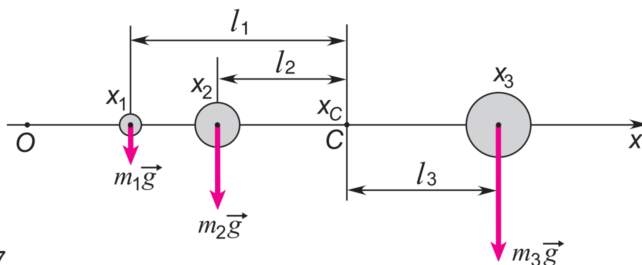
Разлічым цяпер становішча цэнтра цяжару цела, якое складаецца з трох грузаў (мал. 197). Абазначым каардынаты грузаў праз x_1, x_2, x_3, а каардынату цэнтра цяжару цела — праз X_C.

Умова раўнавагі момантаў мае выгляд: $m_1g \cdot l_1 + m_2g \cdot l_2 = m_3g \cdot l_3$, або

$$m_1(X_C - x_1) + m_2(X_C - x_2) = m_3(x_3 - X_C).$$

Раскрываючы дужкі і пераносячы складаемыя з каардынатай X_C у левую частку, атрымаем: $(m_1 + m_2 + m_3)X_C = m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3$. Адсюль

$$X_C = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$



Мал. 197

Аналагічна для цела, якое складаецца з n матэрыяльных пунктаў

$$X_C = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + ... + m_nx_n}{m}, \qquad (1)$$

дзе $m = m_1 + m_2 + ... + m_n$. Калі матэрыяльныя пункты не знаходзяцца на адной прамой, то для вызначэння цэнтра цяжару вылічваюць таксама і каардынаты Y_C і Z_C:

$$Y_C = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + ... + m_ny_n}{m}; \qquad Z_C = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + ... + m_nz_n}{m}. \qquad (2)$$

А як знайсці цэнтр цяжару суцэльнага цела? Гэта можна зрабіць па формулах (1) і (2), калі ўмоўна разбіць цела на малыя часткі (гл. мал. 187), масы якіх m_1, m_2, ..., m_n.

Адзначым таксама, што дзеянне сіл цяжару на цела, якое дэфармуецца, нельга замяніць дзеяннем адной сілы $m\vec{g}$, калі дэфармацыі, што выкліканы сіламі цяжару, нельга не прымаць у разлік.

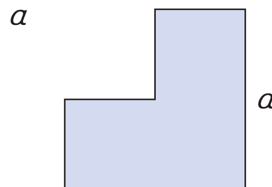
Пункт з каардынатамі X_C, Y_C, Z_C, якія вызначаюцца формуламі (1), (2), называюць таксама цэнтрам мас (або цэнтрам інерцыі) цела. Гэты пункт важны не толькі як пункт прыкладання сілы цяжару. Можна даказаць, што пры любых прыкладзеных да цела сіл цэнтр мас цела рухаецца так, як рухаўся б матэрыяльны пункт пад дзеяннем выніковай гэтых сіл.

Галоўныя вывады

1. Пункт прыкладання сілы цяжару цела называецца цэнтрам цяжару.
2. Існуюць тры віды раўнавагі: устойлівая, няўстойлівая і абыякавая.
3. Чым ніжэй размешчаны цэнтр цяжару цела, тым яно больш устойлівае.

Кантрольныя пытанні

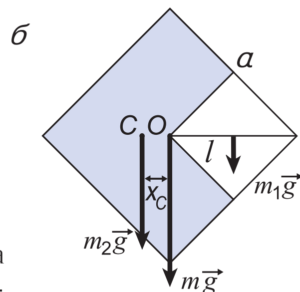
1. Што такое цэнтр цяжару цела?
2. Дзе знаходзіцца цэнтр цяжару цел правільнай формы?
3. Як вызначыць цэнтр цяжару цел на доследзе?
4. Назавіце віды раўнавагі.
5. Ад чаго залежыць ступень устойлівасці цела?



Прыклад рашэння задачы

З аднароднай квадратнай пласцінкі са стараной $a = 10$ см выразана $\frac{1}{4}$ частка (мал. 198, *а*). Вызначыце становішча цэнтра цяжару пласцінкі з выразам.

Дадзена:	Рашэнне
$a = 10$ см	Для вызначэння становішча цэнтра цяжару (пункта C) вернем на сваё месца выразаную частку (мал. 198, *б*). Сіла
x_C — ?	



Мал. 198

цяжару ўсёй пласцінкі будзе роўна суме сіл цяжару выразанай часткі m_1g і часткі m_2g, якая засталася. Адносна пункта O алгебраічная сума момантаў гэтых сіл роўна нулю:

$$m_2 g x_C = m_1 g l.$$

Адсюль $x_C = \frac{m_1 l}{m_2}$.

Паколькі $m_1 = \frac{1}{4}m$, а $m_2 = \frac{3}{4}m$, то $x_C = \frac{1}{3}l$.

Паколькі плячо $l = \frac{\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$, то $x_C = \frac{a\sqrt{2}}{12} = 1{,}2$ см.

Адказ: $x_C = 1{,}2$ см.

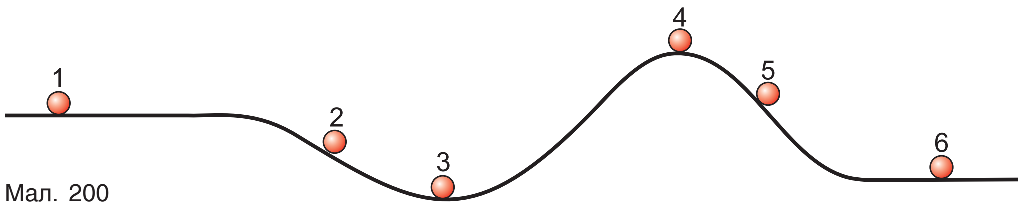
Практыкаванне 18

1. Вызначыце становішча цэнтра цяжару для аднародных цел, што паказаны на малюнку 199.

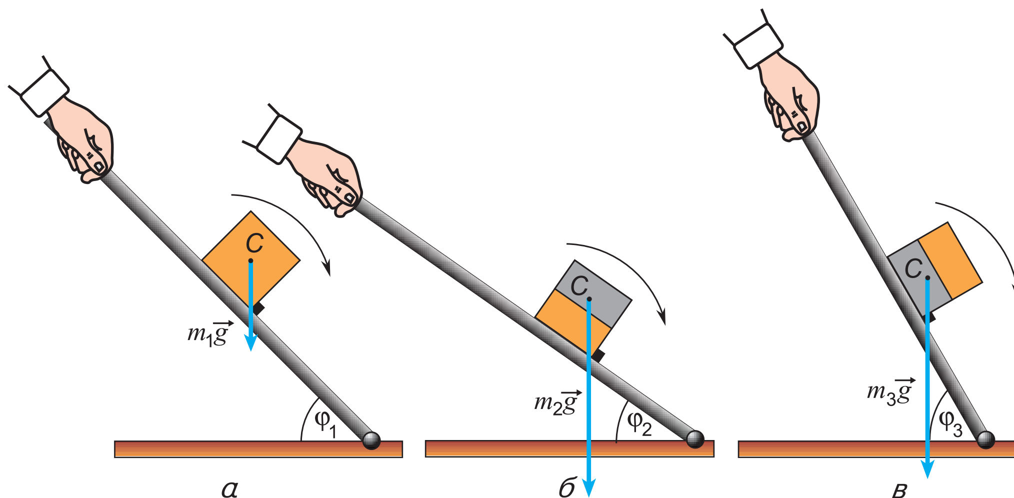

Мал. 199

2. У якіх са становішчаў (мал. 200) шарык знаходзіцца ў раўнавазе? Якое з іх устойлівае? Няўстойлівае? Абыякавае?

3. Два шары аднолькавага аб'ёму масамі $m_1 = 2{,}0$ кг і $m_2 = 4{,}0$ кг замацаваны на тонкім стрыжні так, што іх цэнтры знаходзяцца на адлегласці $l = 20$ см адзін ад аднаго. Вызначыце становішча цэнтра цяжару сістэмы. Масу стрыжня не ўлічваць.



Мал. 200



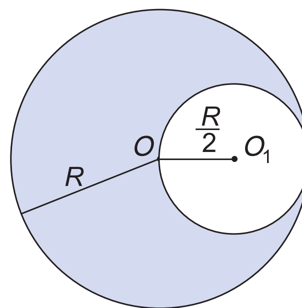
Мал. 201

4. Адна палова прамавугольнага бруска складаецца з медзі, другая — з алюмінію. Вызначыце становішча цэнтра цяжару бруска, калі яго даўжыня $l = 20$ см. Шчыльнасць медзі $\rho_м = 8{,}9\ \frac{г}{см^3}$, алюмінію $\rho_{ал} = 2{,}7\ \frac{г}{см^3}$.

5. Вызначыце вугал φ, пры якім перакуліцца кубік у кожным з выпадкаў, паказаных на малюнку 201, *а*, *б*, *в*. У выпадку *а* кубік драўляны, у выпадках *б* і *в* — склеены з дзвюх палавінак — драўлянай і жалезнай. Шчыльнасць дрэва $\rho_д = 0{,}7\ \frac{г}{см^3}$, жалеза $\rho_ж = 7{,}8\ \frac{г}{см^3}$.

6. Дакажыце, што ў любога трохвугольніка, выразанага з аднароднай пласціны, цэнтр цяжару знаходзіцца ў пункце перасячэння яго медыян.

7. З аднароднай пласцінкі ў выглядзе круга (мал. 202) радыусам *R* выразана круглая адтуліна радыусам $\frac{R}{2}$. На якой адлегласці ад пункта *O* знаходзіцца цэнтр цяжару пласцінкі?



Мал. 202

§ 26. Закон сусветнага прыцягнення

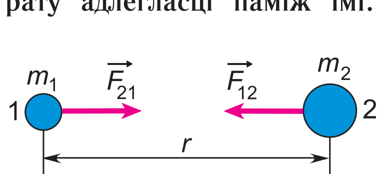
Скорасць руху Зямлі па арбіце перавышае сто тысяч кіламетраў у гадзіну. Чаму ж Зямля не пакінула Сонечную сістэму? Якая сіла ўтрымлівае яе на арбіце?

У 7-м класе вы даведаліся пра *сусветнае прыцягненне*. Сіламі прыцяжэння (гравітацыйнымі сіламі) валодаюць усе фізічныя целы: атамы, малекулы, целы звычайных памераў, планеты, зоркі і г. д. Чаму мы не заўважаем узаемнага прыцяжэння навакольных прадметаў? З якой сілай Сонца прыцягвае Зямлю?

Адказы на такія пытанні дае **закон сусветнага прыцягнення**, устаноўлены І. Ньютанам у 1667 г.

Любыя два целы прыцягваюць адно аднаго сіламі, прама прапарцыянальнымі здабытку мас гэтых цел і адваротна прапарцыянальнымі квадрату адлегласці паміж імі.

Сілы прыцягнення $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ (мал. 203) накіраваны па лініі, якая злучае целы, у процілеглыя бакі. Іх модулі роўны: $F_{12} = F_{21} = F$. Па законе сусветнага прыцягнення



Мал. 203

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (1)$$

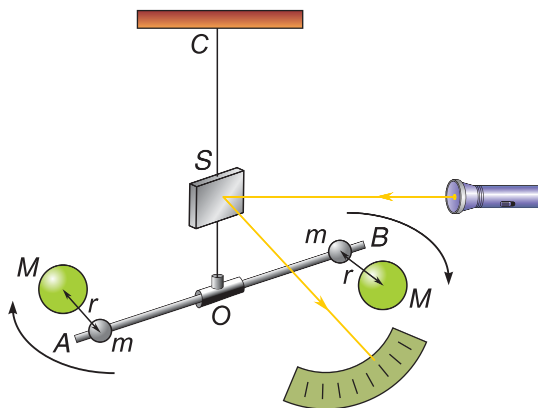
дзе m_1 і m_2 — масы цел, r — адлегласць паміж імі, G — гравітацыйная пастаянная.

Згодна з формулай (1) **гравітацыйная пастаянная *G* лікава роўна сіле прыцяжэння двух матэрыяльных пунктаў масамі па 1 кг, якія знаходзяцца на адлегласці 1 м адзін ад аднаго**.

Формула (1) дае дакладнае значэнне F для матэрыяльных пунктаў і аднародных цел, якія маюць форму шара (тады r — адлегласць паміж іх цэнтрамі). Сілу прыцягнення для цел адвольнай формы знаходзяць, разбіваючы ўмоўна кожнае цела на малыя часткі і падсумоўваючы сілы прыцяжэння частак аднаго цела да частак другога цела.

Значэнне гравітацыйнай пастаяннай можна знайсці на доследзе. Упершыню такі дослед быў праведзены Генры Кавендзішам у 1798 г.

Схема ўстаноўкі паказана на малюнку 204. На стрыжні *AB* замацаваны два аднолькавыя свінцовыя шарыкі масай $m = 775$ г. Стрыжань падвешаны на тонкай пругкай металічнай нітцы *OC* і забяспечаны лёгкім люстэркам *S*. Такое ўстройства называецца *круцільнымі вагамі*.



Мал. 204

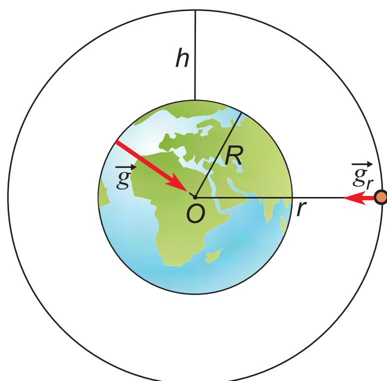
Прыцяжэнне шарыкаў да цяжкіх нерухомых свінцовых шароў, масы якіх $M = 49{,}5$ кг, выклікае паварот стрыжня AB і закручванне ніткі OC. Вугал закручвання надзвычай малы. Яго вызначаюць з дапамогай праменя святла, які адбіўся ад люстэрка S, і шкалы (см. мал. 204). Па вугле закручвання ніткі знаходзяць сілу прыцяжэння.

Ведаючы масы m і M, адлегласць r (гл. мал. 204) і модуль сілы прыцяжэння F, з дапамогай формулы (1) можна знайсці гравітацыйную пастаянную G. Сучасныя эксперыменты даюць значэнне $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

Пры рашэнні задач мы будзем выкарыстоўваць $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

Значэнне гравітацыйнай пастаяннай вельмі малое. У сувязі з гэтым зусім незаўважная сіла прыцяжэння звычайных цел адно да аднаго. Напрыклад, гравітацыйнае прыцяжэнне дзвюх пудовых гір (16 кг), якія стаяць побач, меншае, чым 10^{-6} Н! Сілы прыцяжэння да Зямлі звычайных цел не малы, таму што маса Зямлі велізарная (каля $6 \cdot 10^{21}$ т).

Закон сусветнага прыцягнення тлумачыць вельмі многае ў навакольным свеце. З дапамогай дадзенага закону можна знайсці паскарэнне свабоднага падзення цел, вызначыць масу Сонца, Зямлі і іншых планет, вылічыць скорасць руху арбітальнай станцыі і г. д.



Мал. 205

1. Паскарэнне свабоднага падзення на планетах. Мы ведаем, што на паверхні Зямлі $g = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. А як паскарэнне свабоднага падзення змяняецца з вышынёй? Чаму яно роўна на іншых планетах?

Разгледзім цела масай m, якое знаходзіцца на адлегласці r ад цэнтра планеты масай M і радыусам R (мал. 205). Сіла прыцяжэння $\vec{F}$ цела да планеты надае яму паскарэнне $\vec{g}_r = \frac{\vec{F}}{m}$. З улікам формулы (1) модуль паскарэння свабоднага падзення

$$g_r = G\frac{M}{r^2}. \qquad (2)$$

Паколькі $r = R + h$, дзе h — адлегласць да паверхні планеты (гл. мал. 205), то з павелічэннем вышыні h паскарэнне свабоднага падзення памяншаецца. Памяншэнне незаўважнае на малых вышынях (г. зн. пры $h << R$), але вельмі значнае пры вялікіх h. На паверхні планеты, г. зн. пры $h = 0$ згодна з формулай (2)

$$\boldsymbol{g} = \frac{\boldsymbol{GM}}{\boldsymbol{R}^2}. \qquad (3)$$

Паскарэнне свабоднага падзення на паверхні планеты прама прапарцыянальна масе планеты і адваротна прапарцыянальна квадрату яе радыуса.

Разгледзьце ўважліва табліцу 3.

Табліца 3. **Масы, радыусы і паскарэнні свабоднага падзення для некаторых планет і іх спадарожнікаў**

	Меркурый	Венера	Зямля	Месяц	Марс	Фобас	Юпітэр
Маса M, кг	$3{,}33 \cdot 10^{23}$	$4{,}87 \cdot 10^{24}$	$5{,}97 \cdot 10^{24}$	$7{,}35 \cdot 10^{22}$	$6{,}42 \cdot 10^{23}$	$1{,}2 \cdot 10^{16}$	$1{,}90 \cdot 10^{27}$
Радыус R, км	2440	6050	6370	1740	3390	12	69 900
g, $\frac{м}{с^2}$	3,7	8,9	9,8	1,6	3,9	0,0054	24

Параўнайце паскарэнне свабоднага падзення на Юпітэры, Месяцы, Фобасе з паскарэннем g на Зямлі.

2. «Узважванне» Зямлі. Выразім з формулы (3) масу планеты:

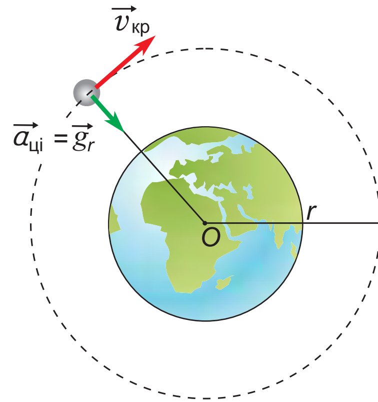
$$M = \frac{gR^2}{G}. \qquad (4)$$

Значыць, ведаючы паскарэнне свабоднага падзення на паверхні планеты, яе радыус і гравітацыйную пастаянную, можна вызначыць масу планеты. Падставіўшы ў формулу (4) значэнні $g = 9{,}8\ \frac{м}{с^2}$, $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ м, $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$, атрымаем для масы Зямлі значэнне: $M_З = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ кг.

3. Скорасць руху спадарожніка Зямлі па кругавой арбіце. За межамі атмасферы сілы супраціўлення руху спадарожніка адсутнічаюць. На яго дзейні-

чае толькі сіла прыцяжэння да Зямлі. Таму спадарожнік рухаецца як свабодна падаючае цела з паскарэннем $\vec{g}_r$. Яно накіравана да цэнтра арбіты і з'яўляецца цэнтраімклівым паскарэннем: $\vec{g}_r = \vec{a}_{ці}$ (мал. 206). Як мы ведаем з кінематыкі, $a_{ці} = \frac{v_{кр}^2}{r}$, дзе $v_{кр}$ — модуль скорасці руху спадарожніка на кругавой арбіце. Значыць, $g_r = \frac{v_{кр}^2}{r}$, адкуль

$$\boldsymbol{v_{кр} = \sqrt{g_r r}}. \quad (5)$$



Мал. 206

Скорасць руху цела па кругавой арбіце, блізкай да паверхні планеты ($r \approx R$), называецца **першай касмічнай скорасцю**. З формулы (5) значэнне першай касмічнай скорасці для Зямлі:

$$v_1 = \sqrt{gR_З} = 7,9\ \frac{км}{с} \approx 8\ \frac{км}{с}.$$

Другой касмічнай скорасцю v_2 называюць найменшую пачатковую скорасць, набываючы якую, цела зможа без дадатковых уздзеянняў на яго «адысці на бясконцасць» (г. зн. аддаліцца ад планеты як заўгодна далёка). Можна даказаць, што $v_2 = \sqrt{2}\,v_1$. Для Зямлі $v_2 \approx 11\ \frac{км}{с}$.

Скорасць руху па кругавой арбіце радыусам r можна выразіць праз масу планеты і радыус арбіты. Падставіўшы g_r з формулы (2) у формулу (5), атрымаем:

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \quad (6)$$

Відаць, што скорасць $v_{кр}$ памяншаецца пры павелічэнні радыуса арбіты.

«Узважванне» Сонца. Каб «узважыць» Сонца, дастаткова ведаць гравітацыйную пастаянную G, адлегласць ад Зямлі да Сонца $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ м і працягласць года $T = 365,25$ сут $= 3,16 \cdot 10^7$ с. Па значэннях r і T вызначаем скорасць руху па арбіце: $v_{арб} = \frac{2\pi r}{T} = 3,0 \cdot 10^4\ \frac{м}{с}$. Выражаючы масу M з формулы (6), атрымаем: $M = \frac{r v_{арб}^2}{G}$. Падстаўляючы ў гэту формулу $v_{арб}$ і r, знаходзім масу Сонца: $M = 2,0 \cdot 10^{30}$ кг. Яна ў 330 000 разоў большая за масу Зямлі. Аналагічна пра масу планеты могуць «расказаць» яе спадарожнікі.

Галоўныя вывады

1. Любыя два целы прыцягваюць адно аднаго сіламі, прама прапарцыянальнымі здабытку мас гэтых цел і адваротна прапарцыянальнымі квадрату адлегласці паміж імі.

2. Гравітацыйная пастаянная G паказвае, з якой сілай прыцягваюцца матэрыяльныя пункты масамі па 1 кг на адлегласці 1 м адзін ад аднаго.

3. Паскарэнне свабоднага падзення на паверхні планеты прама прапарцыянальна яе масе і адваротна прапарцыянальна квадрату радыуса планеты.

4. Скорасць руху спадарожніка па кругавой арбіце, блізкай да паверхні планеты, называецца першай касмічнай скорасцю. Для Зямлі $v_1 \approx 8\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Кантрольныя пытанні

1. Якая сіла дзейнічае паміж усімі целамі? Чаму мы не заўважаем узаемнага прыцяжэння прадметаў, якія вакол нас?
2. Як змяняецца сіла прыцягнення пры павелічэнні адлегласці паміж целамі?
3. Які фізічны сэнс мае гравітацыйная пастаянная G? Як знайсці яе на доследзе?
4. Што разумеюць пад першай касмічнай скорасцю? Чаму роўна гэта скорасць для Зямлі?
5. Як вызначыць масу Зямлі?
6. Як, ведаючы перыяд абарачэння вакол планеты яе спадарожніка і радыус яго арбіты, знайсці масу планеты?
7. Чаму Месяц не падае на Зямлю? Чаму Зямля не падае на Сонца, але і не пакідае Сонечную сістэму?

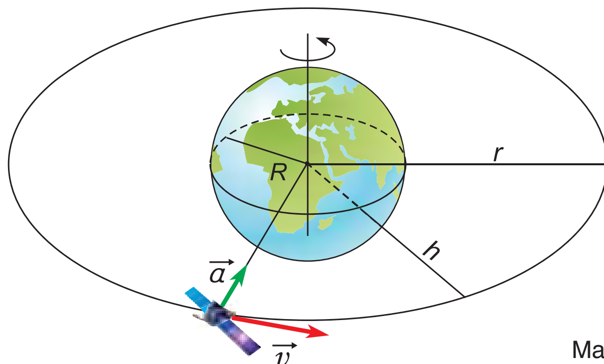
Прыклад рашэння задачы

Геастацыянарным называюць спадарожнік, які пастаянна знаходзіцца над пэўным пунктам Зямлі. Такія спадарожнікі шырока выкарыстоўваюцца як спадарожнікі сувязі. Вызначыце радыус арбіты геастацыянарнага спадарожніка і яго вышыню над паверхняй Зямлі.

Рашэнне

Арбіта геастацыянарнага спадарожніка — акружнасць, якая ляжыць у экватарыяльнай плоскасці Зямлі (мал. 207). Перыяд абарачэння такога спадарожніка павінен супадаць з перыядам T вярчэння Зямлі вакол сваёй восі (24 г).

Хоць геастацыянарны спадарожнік нерухомы адносна Зямлі, ён рухаецца паскорана адносна інерцыяльнай сістэмы, звязанай з зоркамі. Яго цэнтраімклівае паскарэнне $a_{\text{ці}} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ створана сілай прыцягнення Зямлі. Прыраўноўваючы $a_{\text{ці}}$



Мал. 207

да паскарэння свабоднага падзення g_r, якое згодна з формуламі (2) і (3) роўна $g\frac{R^2}{r^2}$, атрымліваем: $\frac{4\pi^2 r}{T^2} = g\frac{R^2}{r^2}$.

Адсюль радыус арбіты $r = \sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}}$. Падстаўляючы $g = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, радыус Зямлі $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ м і перыяд абарачэння $T = 24$ г $= 8{,}64 \cdot 10^4$ с, знаходзім: $r = 4{,}23 \cdot 10^7$ м. Пры такім радыусе арбіты адлегласць да паверхні Зямлі складзе: $h = r - R = 3{,}6 \cdot 10^4$ км. Больш дакладныя разлікі даюць вынік: $h = 35\,786$ км.

Практыкаванне 19

1. Як зменіцца сіла прыцягнення паміж двума матэрыяльнымі пунктамі, калі адлегласць паміж імі паменшыцца ў $k = 3$ разы?

2. Ці зменіцца сіла прыцягнення паміж двума целамі, калі масу аднаго з іх павялічыць у два разы, а адлегласць паміж імі ў два разы паменшыць?

3. У адным з доследаў па праверцы закону сусветнага прыцягнення сіла прыцяжэння паміж свінцовым шарам масай $m_1 = 5{,}0$ кг і шарыкам масай $m_2 = 100$ г была роўна $F = 6{,}8 \cdot 10^{-9}$ Н. Адлегласць паміж цэнтрамі шароў $r = 7{,}0$ см. Па гэтых даных вылічыце гравітацыйную пастаянную.

4. Вызначыце паскарэнне, выкліканае сілай прыцягнення, на вышыні $h = 2R_З$ ад паверхні Зямлі, калі на яе паверхні яно роўна $g = 9{,}81\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

5. На якой вышыні ад паверхні Зямлі сіла прыцягнення, якая дзейнічае на цела, паменшыцца ў $k = 3$ разы? Радыус Зямлі $R_З = 6{,}4 \cdot 10^6$ м.

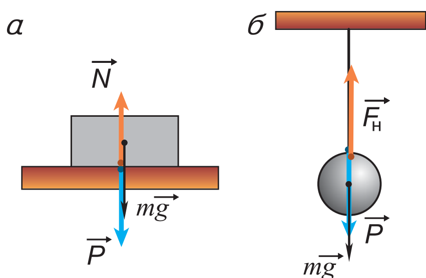

6. Вызначыце перыяд абарачэння Міжнароднай касмічнай станцыі (МКС), лічачы, што яна рухаецца па кругавой арбіце, якая знаходзіцца на адлегласці $h = 430$ км ад паверхні Зямлі.


7. Вакол адной з планет Сонечнай сістэмы па кругавой арбіце радыусам $R = 9400$ км абарачаецца спадарожнік. Перыяд яго абарачэння $T = 7$ г 40 мін. Вызначыце масу планеты. Аб якой планеце ідзе гаворка?

§ 27. Вага. Бязважкасць і перагрузкі

Ці заўсёды вага роўна сіле цяжару? Пры якіх умовах надыходзіць бязважкасць? Ці можна зведаць стан бязважкасці, не адпраўляючыся ў космас?

У 7-м класе вы даведаліся, што **вага цела — гэта сіла, з якой цела дзейнічае на апору або падвес з-за прыцяжэння цела да Зямлі.**



Мал. 208

Вагу нельга блытаць з сілай цяжару. Сіла цяжару $m\vec{g}$ — гэта сіла прыцягнення, якая дзейнічае на цела з боку Зямлі. Яна прыкладзена да цела ў цэнтры цяжару (мал. 208, *а*, *б*).

Вага $\vec{P}$ — гэта сіла, з якой цела дзейнічае на апору (гл. мал. 208, *а*) або на падвес (гл. мал. 208, *б*). Яна прыкладзена да апоры або падвесу. Далей для сцісласці мы будзем гаварыць толькі аб апоры.

Вага ўзнікае ад таго, што пад дзеяннем сілы цяжару цела імкнецца рухацца ўніз, а апора перашкаджае гэтаму руху. Менавіта таму цела цісне на апору сілай $\vec{P}$. У адказ на сілу $\vec{P}$ апора дзейнічае на цела сілай рэакцыі $\vec{N}$ (гл. мал. 208, *а*, *б*). Вага $\vec{P}$ і сіла $\vec{N}$ маюць аднолькавую прыроду — гэта сілы пругкасці.

Непасрэднае вымярэнне вагі цела можна правесці на спружынных вагах.

Як звязаны паміж сабой вага і сіла цяжару?

Правядзём просты дослед. На шалю спружынных вагаў пакладзём цела масай $m = 1$ кг. Вагі пакажуць $P = 9{,}8$ Н, г. зн. $P = mg$. Вынік знаходзіцца ў поўнай згодзе з законамі Ньютана. Па першым законе сілы, якія дзейнічаюць на цела ў спакоі, кампенсуюць адна адну:

$$m\vec{g} = -\vec{N}. \quad (1)$$

Па трэцім законе Ньютана

$$\vec{P} = -\vec{N}. \quad (2)$$

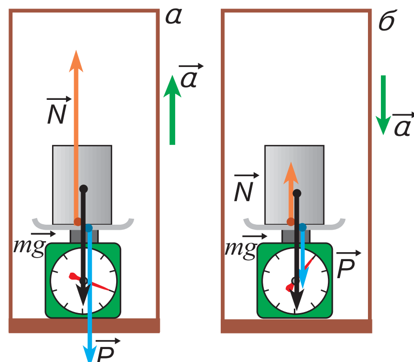
З роўнасцей (1) і (2) вынікае: $\vec{P} = m\vec{g}$.

Але ці заўсёды вага роўна сіле цяжару?

Прадоўжым дослед у кабіне ліфта. Калі ліфт рухаецца раўнамерна, то паказанні вагаў будуць такімі ж, як і ў стане спакою. Вага $\vec{P}$ цела, якое рухаецца

раўнамерна і прамалінейна (як і цела, што знаходзіцца ў стане спакою), роўна сіле цяжару $m\vec{g}$.

Няхай цяпер кабіна ліфта рухаецца з паскарэннем $\vec{a}$. Пры паскарэнні, накіраваным уверх (мал. 209, *а*), цела больш моцна ціснe на апору і яго вага павялічваецца ($P > mg$).



Мал. 209

Пры паскарэнні ліфта, накіраваным уніз (мал. 209, *б*), вага памяншаецца ($P < mg$). Калі ж кабіна ліфта будзе рухацца з паскарэннем $\vec{a} = \vec{g}$, то апора не будзе перашкаджаць свабоднаму падзенню цела, і паказанні вагаў будуць роўнымі нулю. Знікне не толькі ціск любога цела на апору, але і ціск адных частак цела на другія. Узнікне *стан бязважкасці*.

У стане бязважкасці знаходзяцца ўсе целы, якія свабодна падаюць.

Як знайсці вагу цела пры паскораным руху?

Для цела ў ліфце, які паскорана рухаецца, па другім законе Ньютана $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$. Значыць, пры $\vec{a} \neq 0$ замест роўнасці (1) атрымаецца:

$$m\vec{g} - m\vec{a} = -\vec{N}. \qquad (3)$$

З роўнасцей (3) і (2) вынікае:

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}). \qquad (4)$$

Формула (4) справядлівая пры любым напрамку паскарэння. Неабходна толькі памятаць, што $\vec{a}$ — гэта паскарэнне руху цела (разам з апорай) адносна інерцыяльнай сістэмы адліку.

Лікавае значэнне вагі цела вызначаецца модулем вектара $\vec{P}$:

$$P = m|\vec{g} - \vec{a}|. \qquad (5)$$

Знайдзіце, якой будзе вага цела масай $m = 1$ кг для значэнняў $a = 4{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ і $a = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ пры паскарэнні, накіраваным: а) уверх, б) уніз.

Разгледзім яшчэ адзін прыклад. Няхай касмічны карабель знаходзіцца далёка ад планет і Сонца. Сілы іх гравітацыйнага дзеяння на карабель вельмі нязначныя. Рухавік карабля надае яму паскарэнне $\vec{a}$.

Якой будзе вага касманаўта, які знаходзіцца на караблі? Паколькі сіла цяжару адсутнічае, то па формуле (4) яго вага $\vec{P} = -m\vec{a}$. Вага не роўна

нулю і накіравана супраць паскарэння карабля. Значыць, *вага можа ўзнікнуць і пры адсутнасці сілы цяжару!* Калі пры гэтым $a = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, то вага (і ўсе звязаныя з ёй адчуванні) у касманаўта будзе такой жа, як і на Зямлі.

Змяненне вагі цела, абумоўленае паскораным рухам, характарызуюць ***перагрузкай Q***. Яе вызначаюць як адносіну вагі цела P у разглядаемых умовах да вагі нерухомага цела на паверхні Зямлі. Згодна з формулай (5)

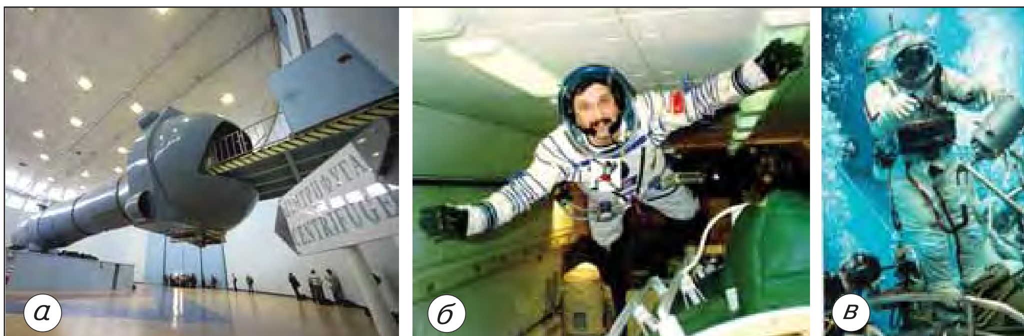
$$Q = \frac{P}{mg} = \frac{|\vec{g} - \vec{a}|}{g}.$$

Пры $\vec{a} = \vec{g}$ (г. зн. пры бязважкасці) $Q = 0$. У ракеце, якая стартуе з Зямлі вертыкальна з паскарэннем $\vec{a}$, перагрузка $Q = 1 + \frac{a}{g}$.

Вялікія перагрузкі зведваюць касманаўты на ўчастку разгону касмічнага карабля ракетай-носьбітам. Па заканчэнні работы рухавікоў і выхадзе за межы атмасферы перагрузкі змяняюцца станам бязважкасці. У стане працяглай бязважкасці знаходзіцца экіпаж арбітальнай станцыі.

Каб добра перанесці перагрузкі і працяглую бязважкасць, патрабуецца спецыяльная падрыхтоўка. Для атрымання кантралюемых перагрузак выкарыстоўваецца цэнтрыфуга (мал. 210, *а*). Стан бязважкасці, які доўжыцца каля адной мінуты, дасягаецца ў самалёце (мал. 210, *б*), што рухаецца па балістычнай траекторыі (для гэтага рухавікі самалёта павінны ўвесь гэты час кампенсаваць сілу супраціўлення паветра).

Для падрыхтоўкі да работы ў стане бязважкасці эфектыўныя і трэніроўкі пад вадой (мал. 210, *в*). Падкрэслім, аднак, што ў гэтым выпадку вага чалавека



Мал. 210

мае звычайнае значэнне: апорай служыць вада, а сілай рэакцыі апоры з'яўляецца сіла Архімеда.

Перагрузкі і бязважкасць можна зведаць, не адпраўляючыся ў палёт. Перагрузкі ўзнікаюць пры руху з разгонам, тармажэннем, рэзкімі паваротамі (мал. 211). Стан, блізкі да бязважкасці, зведвае чалавек у час скачка.



Мал. 211

Галоўныя вывады

1. Вага цела — гэта сіла, з якой цела дзейнічае на апору (падвес) з-за сілы цяжару (або паскоранага руху).
2. Сіла цяжару прыкладзена да цела, а вага цела — да апоры або падвесу.
3. Цела, якое свабодна падае, знаходзіцца ў стане бязважкасці.

Кантрольныя пытанні

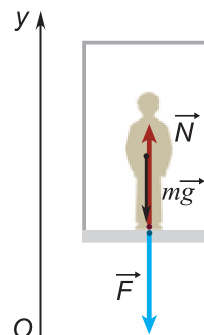
1. Што такое вага? Чым яна адрозніваецца ад сілы цяжару?
2. У якіх умовах вага P роўна сіле цяжару mg? $P > mg$? $P < mg$?
3. Пры якіх умовах надыходзіць стан бязважкасці?
4. Што называецца перагрузкай?



5. Ці можа быць вага накіравана вертыкальна ўверх?
6. Ці можа быць вага не роўна нулю, калі сіла цяжару роўна нулю?

Прыклад рашэння задачы

Чалавек масай $m = 60$ кг, які знаходзіцца ў кабіне ліфта, што рухаецца ўніз, ціснe на падлогу кабіны з сілай $\vec{F}$ (мал. 212). Вызначыце паскарэнне кабіны ліфта, калі $F = 690$ Н. Прыміце $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



Мал. 212

Дадзена:
$m = 60$ кг
$F = 690$ Н
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

a — ?

Рашэнне

На чалавека ў кабіне ліфта (гл. мал. 212) дзейнічае сіла цяжару $m\vec{g}$ і сіла рэакцыі падлогі $\vec{N}$.

Па другім законе Ньютана

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}.$$

По трэцім законе Ньютана $\vec{N} = -\vec{F}$.

Тады $m\vec{a} = m\vec{g} - \vec{F}$.

У праекцыі на вось Oy: $ma_y = mg_y - F_y = -mg + F$.

Адсюль $a_y = \frac{F - mg}{m}$; $a_y = \frac{690\ \text{Н} - 600\ \text{Н}}{60\ \text{кг}} = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Паколькі $a_y > 0$, то паскарэнне кабіны накіравана ўверх, хоць яна апускаецца. Значыць, кабіна рухаецца запаволена (з тармажэннем).

Адказ: $a = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; паскарэнне кабіны ліфта накіравана ўверх.

Практыкаванне 20

Ва ўсіх задачах дадзенага практыкавання лічыць $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1. У кабіне пад'ёмніка ляжыць груз. Калі кабіна нерухомая, то вага грузу $P = 2{,}0$ кН. Калі ж кабіна рухаецца з пастаянным паскарэннем, то вага грузу большая на $\Delta P = 200$ Н. Вызначыце модуль і напрамак паскарэння кабіны пад'ёмніка.

2. Шарык, які вісіць на спружыне ў кабіне нерухомага ліфта, расцягвае спружыну на $x_1 = 3{,}0$ см. Калі кабіна пачала рухацца ўверх з пастаянным паскарэннем, то расцяжэнне спружыны стала роўным $x_2 = 6{,}0$ см. Вызначыце модуль паскарэння кабіны ліфта.

3. Аўтамабіль масай $m = 4{,}0$ т рухаецца па выпуклым мосце, радыус крывізны якога $R = 100$ м. Модуль скорасці аўтамабіля пастаянны і роўны $v = 54\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Знайдзіце вагу аўтамабіля ў верхнім пункце траекторыі.

4. Выкарыстоўваючы лікавыя даныя папярэдняй задачы, знайдзіце вагу аўтамабіля ў ніжнім пункце траекторыі пры руху па ўвагнутым мосце.

5. Час разбегу самалёта перад узлётам з палубы авіяносца $t = 3{,}0$ с. Даўжыня разбегу $s = 108$ м. Якой была вага пілота масай $m = 70$ кг у час разбегу самалёта? Якую перагрузку зведваў пілот? Рух самалёта лічыць роўнапаскораным, палубу — гарызантальнай.

6. Груз падвешаны да спружыннага дынамометра. Паказанні дынамометра $F = 34$ Н. Вызначыце масу грузу, калі ўзважванне праведзена ў вагоне поезда, які рухаецца па закругленым участку шляху радыусам $R = 75$ м. Участак шляху гарызантальны. Модуль скорасці поезда пастаянны і роўны $v = 72\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$.

3

Законы захавання

Чаму рамяні бяспекі памяншаюць сілу ўдару пры сутыкненні?

Чаму па нахіленай лесвіцы падымацца лягчэй, чым па вертыкальнай?

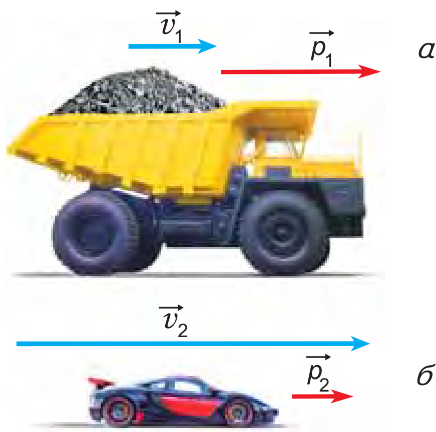
Навошта пры пад'ёме ўгару вадзіцель гружанага аўтамабіля ўключае першую перадачу і пераходзіць на малую скорасць руху?

Як можна перамяшчацца ў адкрытым космасе?



§ 28. Імпульс цела. Імпульс сістэмы цел

Яшчэ ў XVII ст. у механіцы з'явілася паняцце «колькасць руху». У цяперашні час колькасць руху цела называюць імпульсам цела. Чаму ён роўны? Навошта ўведзена гэта фізічная велічыня?



Мал. 213

У механіцы Ньютана **імпульсам цела называецца здабытак масы цела на скорасць яго руху:**

$$\vec{p} = m\vec{v}. \qquad (1)$$

Слова «імпульс» паходзіць ад лацінскага impulses — штуршок. Імпульс цела — вектарная велічыня. Ён накіраваны таксама, як і скорасць руху цела. Адзінка імпульсу ў СІ — *1 кілаграм-метр у секунду* $\left(1\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}\right)$.

Імпульс цела вызначаецца не толькі скорасцю, але і масай. Напрыклад, імпульс самазвала БЕЛАЗ, які перавозіць груз, у шмат разоў большы за імпульс гоначнага аўтамабіля, які імчыцца (мал. 213, *а*, *б*).

Згодна з першым законам Ньютана скорасць свабоднага цела, а значыць, і яго імпульс пастаянны. Змяніць імпульс цела можна толькі тады, калі прыкласці да яго сілу.

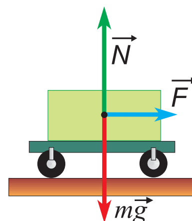
Разгледзім прыклад. Цялежку масай m, якая мае пачатковую скорасць $\vec{v}_1$, на працягу прамежку часу Δt разганяюць дзеяннем пастаяннай сілы $\vec{F}$ (мал. 214). Наколькі зменіцца імпульс цялежкі?

Сілы супраціўлення можна не прымаць у разлік, сілы $\vec{N}$ і $m\vec{g}$ кампенсуюць адна адну. Тады па другім законе Ньютана

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

Падставіўшы ў гэту формулу паскарэнне $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$, атрымаем $m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t$. Дзеянне сіл прывяло да змянення імпульсу цялежкі:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t. \qquad (2)$$



Мал. 214

Доследы сведчаць: роўнасць (2) справядлівая для любога цела пры руху пад дзеяннем любых сіл. Пры гэтым пад сілай $\vec{F}$ трэба разумець выніковую ўсіх сіл, прыкладзеных да цела.

Калі сілы, якія дзейнічаюць на цела, былі непастаяннымі, то $\vec{F}$ трэба лічыць сярэдняй выніковай сілай за прамежак часу Δt.

Велічыню $\vec{F}\Delta t$ называюць *імпульсам сілы.*

Імпульс сілы — гэта вектарная велічыня, роўная здабытку выніковай сілы на час яе дзеяння.

Формула (2) выражае *закон змянення імпульсу цела.*

Змяненне імпульсу цела роўна імпульсу выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго.

З дадзенага закону вынікае:

- змяненне імпульсу цела $\Delta\vec{p}$ накіравана таксама, як і выніковая сіла $\vec{F}$;
- змяненне імпульсу цела тым большае, чым большая прыкладзеная да яго сіла і чым большы час яна дзейнічае.

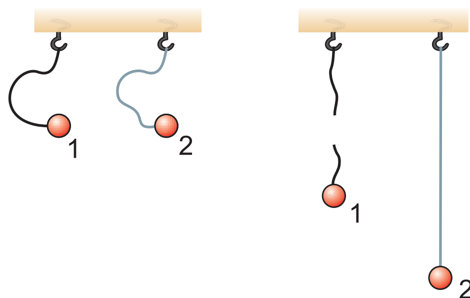
Формулу (2) можна запісаць у выглядзе

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}. \qquad (3)$$

Роўнасць (3) адпавядае фармулёўцы, якая была дадзена асноўнаму закону дынамікі самім Ньютанам: «Змяненне колькасці руху прапарцыянальна прыкладзенай сіле, якая рухае, і адбываецца па прамой, па якой гэта сіла дзейнічае».

Закон змянення імпульсу тлумачыць шмат з'яў у штодзённым жыцці.

Правядзём просты дослед. Возьмем дзве ніткі: звычайную *1* і гумавую *2* (мал. 215) аднолькавай трываласці і даўжыні. Прывяжам іх да аднолькавых грузаў і дазволім падаць з аднолькавай вышыні. Нітка *1* парвецца, а нітка *2* — не (гл. мал. 215). Чаму так адбываецца?



Мал. 215

Справа ў тым, што час тармажэння Δt для грузу на звычайнай нітцы быў у многа разоў меншы, чым для грузу на гумавай, што лёгка дэфармуецца. А з формулы (3) вынікае, што сіла тым большая, чым меншае змяненне часу Δt (пры роўных змяненнях імпульсу).

Гэта неабходна ўлічваць у тэхніцы. Нельга рабіць рэзкіх рыўкоў пры пад'ёме грузаў і пры буксіроўцы транспартных сродкаў з дапамогай тросаў. Трос можа абарвацца.



Мал. 216



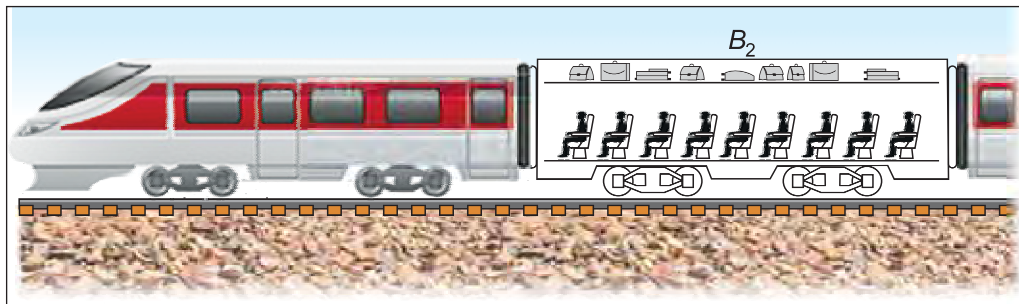
Мал. 217

Каб пазбегнуць цяжкіх наступстваў пры сутыкненнях, трэба павялічыць час, за які «гасіцца» імпульс. Для гэтага вагоны забяспечваюць буфернымі спружыннымі амартызатарамі (мал. 216, *а*), аўтамабілі — бамперамі, рамянямі бяспечнасці, паветранымі падушкамі, якія аўтаматычна спрацоўваюць (мал. 216, *б*).

І наадварот, для атрымання вялікіх сіл выкарыстоўваюць удар, пры якім імпульс змяняецца вельмі хутка. Прыкладамі служаць забіванне палі падаючым «молатам» (мал. 217), разбуральнае дзеянне куль, снарадаў і г. д.

Мы разгледзелі змяненне імпульсу аднаго цела. А як змяняецца сумарны імпульс некалькіх цел? У механіцы групу з некалькіх цел называюць *механічнай сістэмай*. Целы, якія не ўваходзяць у сістэму, называюцца *знешнімі целамі*.

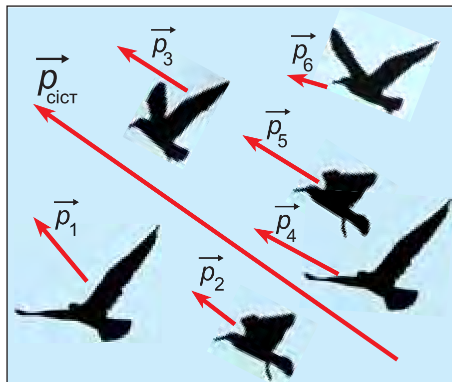
Напрыклад, механічнай сістэмай з'яўляецца пасажырскі вагон B_2 (мал. 218). У механічную сістэму B_2 уваходзяць: корпус вагона, яго хадавая частка, людзі,



Мал. 218

якія знаходзяцца ў вагоне, багаж і г. д. Знешнімі целамі будуць: Зямля, лакаматыў, рэйкі, астатнія вагоны поезда і г. д.

Сілы ўзаемадзеяння цел сістэмы аднаго з адным называюць *унутранымі*. Сілы, якія дзейнічаюць на целы сістэмы з боку знешніх цел, называюць *знешнімі сіламі*. Разбярыцеся самастойна, якія сілы будуць унутранымі, а якія знешнімі ў прыкладзе з вагонам.



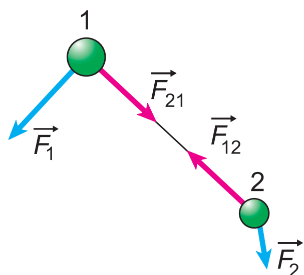
Мал. 219

Кожнае з цел механічнай сістэмы мае свой імпульс. Вектарная сума імпульсаў усіх цел, што ўваходзяць у сістэму, называецца *імпульсам механічнай сістэмы*:

$$\vec{p}_{сіст} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n,$$

дзе n — колькасць гэтых цел. На малюнку 219 $n = 6$.

Разгледзім сістэму з двух цел (*1* і *2*) (мал. 220). Сілы іх узаемадзеяння $\vec{F}_{12}$ і $\vec{F}_{21}$ — гэта ўнутраныя сілы. На целы *1* і *2* дзейнічаюць таксама і знешнія сілы: $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ (гл. мал. 220). За час Δt з-за дзеяння сіл адбываецца змяненне імпульсу:



Мал. 220

- для цела *1*: $\Delta\vec{p}_1 = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_1)\Delta t;$
- для цела *2*: $\Delta\vec{p}_2 = (\vec{F}_{12} + \vec{F}_2)\Delta t;$
- для ўсёй сістэмы:

$$\Delta\vec{p}_{сіст} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_1 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_2)\Delta t.$$

Па трэцім законе Ньютана сума сіл узаемадзеяння $\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$. З улікам гэтага

$$\Delta\vec{p}_{сіст} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\Delta t = \vec{F}_{знеш}\Delta t.$$

А калі ў механічную сістэму ўваходзіць больш за два целы? Сума ўсіх унутраных сіл будзе па-ранейшаму роўна нулю, і вынік застанецца такім сама:

$$\boldsymbol{\Delta\vec{p}_{сіст} = \vec{F}_{знеш}\Delta t,} \qquad (4)$$

дзе $\vec{F}_{знеш}$ — выніковая ўсіх знешніх сіл, што дзейнічаюць на целы сістэмы.

Формула (4) выражае *закон змянення імпульсу механічнай сістэмы*.

Змяненне імпульсу механічнай сістэмы роўна імпульсу выніковай знешніх сіл.

Такім чынам, толькі знешнія сілы могуць выклікаць змяненне імпульсу механічнай сістэмы. Унутраныя сілы могуць змяніць імпульс любога цела сістэмы, але не імпульс механічнай сістэмы ў цэлым.

Вернемся да прыкладу з вагонам, які рухаецца. Якая сіла павялічвае імпульс вагона на ўчастку разгону? Якія сілы памяншаюць імпульс вагона пры яго тармажэнні? Ці могуць пасажыры, якія знаходзяцца ў вагоне, выклікаць змяненне імпульсу механічнай сістэмы B_2? Абмяркуйце гэта з настаўнікам.

Роўнасці (3) і (4) таксама, як і (2), можна выкарыстоўваць пры непастаянных сілах, лічачы, што $\vec{F}$ і $\vec{F}_{знеш}$ — гэта сярэднія сілы за прамежак часу Δt.

Галоўныя вывады

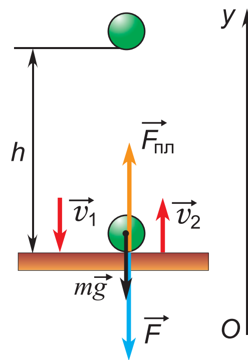
1. Імпульс цела роўны здабытку масы цела на скорасць яго руху.
2. Напрамак імпульсу цела супадае з напрамкам яго скорасці.
3. Змяненне імпульсу цела роўна імпульсу выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго.
4. Змяніць імпульс механічнай сістэмы могуць толькі знешнія сілы. Гэта змяненне роўна імпульсу выніковай знешніх сіл.

Кантрольныя пытанні

1. Што такое імпульс цела? Як ён накіраваны? У якіх адзінках вымяраецца?
2. Як можна змяніць імпульс цела? Чаму роўна гэта змяненне? Куды яно накіравана?
3. Што такое механічная сістэма? Чаму роўны яе імпульс?
4. Што такое ўнутраныя сілы? Знешнія сілы?
5. Якія сілы могуць выклікаць змяненне імпульсу механічнай сістэмы? Чаму?

Прыклад рашэння задачы

Шарык масай $m = 0{,}10$ кг свабодна падае без пачатковай скорасці з вышыні $h = 0{,}20$ м на гарызантальную пліту і адскоквае ад яе. Лічачы, што модулі скорасці шарыка перад ударам і адразу пасля ўдару роўныя (мал. 221), вызначыце сярэднюю сілу, з якой шарык у час удару дзейнічаў на пліту. Час саўдару $\Delta t = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ с; $g = 10\ \frac{м}{с^2}$.



Мал. 221

Дадзена:
$m = 0{,}10$ кг
$h = 0{,}20$ м
$\Delta t = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ с
$v_2 = v_1$
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
F — ?

Рашэнне

Паколькі на шарык у час удару дзейнічае сіла цяжару і сіла, прыкладзеная да яго з боку пліты, то змяненне імпульсу шарыка за час удару $\Delta\vec{p} = (m\vec{g} + \vec{F}_{\text{пл}})\Delta t$, дзе $\vec{F}_{\text{пл}}$ — сярэдняя сіла дзеяння пліты на шарык.

Адсюль

$$\vec{F}_{\text{пл}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} - m\vec{g} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} - m\vec{g},$$

дзе $\vec{v}_1$ — скорасць шарыка перад ударам, а $\vec{v}_2$ — адразу пасля ўдару.

У праекцыі на вось Oy:

$$\vec{F}_{\text{пл}} = \frac{mv_2 - (-mv_1)}{\Delta t} + mg = \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} + mg.$$

Паколькі шарык свабодна падаў без пачатковай скорасці з вышыні h, то $v_1 = \sqrt{2gh}$. Па ўмове задачы $v_2 = v_1$. Значыць,

$$F_{\text{пл}} = \frac{2m\sqrt{2gh}}{\Delta t} + mg.$$

Па трэцім законе Ньютана сярэдняя сіла, з якой шарык у час удару дзейнічаў на пліту, $\vec{F} = -\vec{F}_{\text{пл}}$. У выніку для модуля F атрымаем:

$$F = F_{\text{пл}} = \frac{2m\sqrt{2gh}}{\Delta t} + mg = \frac{2 \cdot 0{,}10\ \text{кг} \cdot \sqrt{2 \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0{,}20\ \text{м}}}{5{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{с}} + 0{,}10\ \text{кг} \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 81\ \text{Н}.$$

Сіла, з якой шарык у час удару дзейнічаў на пліту, накіравана па вертыкалі ўніз. Модуль сярэдняй сілы ўдару ў 81 раз большы за вагу шарыка.

Адказ: $F = 81$ Н.

Практыкаванне 21

1. Куля масай $m = 20{,}0$ г вылятае са ствала пнеўматычнага пісталета са скорасцю, модуль якой $v = 200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце модуль імпульсу кулі.

2. Пры руху па прамалінейным участку шашы модуль скорасці аўтамабіля масай $m = 1{,}0$ т змяніўся ад $v_1 = 36\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$ да $v_2 = 72\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначыце модуль змянення імпульсу аўтамабіля. Чаму роўны модуль выніковай усіх сіл, прыкладзеных да аўтамабіля, калі ён разганяўся роўнапаскорана на працягу прамежку часу $\Delta t = 3{,}0$ мін? Як накіравана выніковая сіла?

3. Лёгкаатлет масай m бяжыць па кругавой дарожцы са скорасцю, модуль якой v пастаянны. Вызначыце модуль змянення імпульсу лёгкаатлета за кожны з прамежкаў часу $\Delta t_1 = \frac{T}{4}$, $\Delta t_2 = \frac{T}{2}$, $\Delta t_3 = T$, дзе T — час прабегу аднаго круга.

4. Малекула масай $m = 2{,}0 \cdot 10^{-26}$ кг ляціць са скорасцю, накіраванай пад вуглом $\alpha = 60°$ да паверхні сценкі пасудзіны. Модуль скорасці $v = 450\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Пасля ўдару аб сценку малекула пад такім жа вуглом і з такой самай па модулі скорасцю адскоквае ад яе. Вызначыце змяненне імпульсу малекулы.

5. У кнізе Э. Распэ «Прыгоды барона Мюнхгаўзена» ёсць расказ барона: «Аднойчы паспрабаваў я пераскочыць цераз балота вярхом на кані. Але конь не даскочыў да берага, і мы трапілі ў вадкі бруд. Трапілі і пачалі тануць... Што было рабіць? Мы абавязкова б загінулі, калі б не дзіўная сіла маіх рук... Схапіўшы сябе за валасы, я з усіх сіл тузануў уверх і без вялікіх намаганняў выцягнуў з балота і сябе, і свайго каня, якога я сціскаў абедзвюма нагамі...» Дакажыце, што такі спосаб выратавання немагчымы.

§ 29. Закон захавання імпульсу. Рэактыўны рух

Знакаміты французскі філосаф і матэматык Рэнэ Дэкарт (1596—1650) сцвярджаў: «У Сусвеце ёсць вядомая колькасць руху, якая ніколі не змяняецца. І калі адно цела прыводзіць у рух другое, то яно губляе столькі свайго руху, колькі яго надае». Як вывесці гэта сцвярджэнне з закону змянення імпульсу?

У папярэднім параграфе мы даказалі, што імпульс сістэмы цел можа змяняцца толькі пад дзеяннем знешніх сіл:

$$\Delta\vec{p}_{\text{сіст}} = \vec{F}_{\text{знеш}}\Delta t. \qquad (1)$$

А калі знешніх сіл няма або іх выніковая $\vec{F}_{\text{знеш}}$ роўна нулю? Тады змяненне імпульсу $\Delta\vec{p}_{\text{сіст}} = \vec{0}$, і імпульс сістэмы застаецца пастаянным (захоўваецца):

$$\boxed{\vec{p}_{\text{сіст}} = \overrightarrow{\text{const}}.} \qquad (2)$$

Вектарная роўнасць (2) выражае *закон захавання імпульсу*.

Імпульс механічнай сістэмы захоўваецца, калі вектарная сума знешніх сіл, якія дзейнічаюць на яе, роўна нулю.

Закон захавання імпульсу — адзін з найбольш дакладных і агульных законаў фізікі. Ён пацверджаны велізарнай колькасцю эксперыментаў і назіранняў у звычайных маштабах, у мікрасвеце і космасе. Ён справядлівы як у механіцы Ньютана, так і ў механіцы рэлятывісцкіх скарасцей ($v \approx c$).

Сістэму цел, на якую не дзейнічаюць знешнія целы, называюць *замкнутай сістэмай*. Імпульс такой сістэмы захоўваецца заўсёды, як і дапускаў Дэкарт.

Рэальныя механічныя сістэмы ніколі не бываюць абсалютна замкнутымі. На ўсе целы вакол нас дзейнічае Зямля, на Зямлю — дзейнічае Сонца і г. д. Аднак закон захавання імпульсу можна прымяняць не толькі для замкнутых сістэм, але і для незамкнутых, калі:

- знешнія сілы дзейнічаюць, але іх выніковая роўна нулю;
- знешнія сілы можна не прымаць у разлік у параўнанні з унутранымі.

Гэта можна зрабіць, напрыклад, у задачах аб сутыкненнях цел, выстралах, выбухах, калі на працягу вельмі малых прамежкаў часу ўнутры сістэмы ўзнікаюць велізарныя сілы.



Мал. 222

Разгледзім прыклад. Драўляны кубік масай M ляжыць на гарызантальным стале. У кубік пападае куля масай m і засядае ў ім (мал. 222). Скорасць кулі гарызантальная, модуль скорасці кулі перад пападаннем роўны v_0.

Патрабуецца знайсці скорасць $\vec{v}$, якую набыў кубік.

Ці замкнута сістэма «кубік + куля»? Не. Але сіла цяжару сістэмы ўраўнаважваецца рэакцыяй апоры, а сіла трэння кубіка аб паверхню стала значна менш за сілу, з якой на кубік дзейнічае куля ў час удару. Тады згодна з роўнасцю (2) можна прыраўняць імпульс сістэмы «кубік + куля» да пападання кулі да імпульсу гэтай сістэмы пасля пападання:

$$m\vec{v}_0 = (m + M)\vec{v}.$$

Значыць, скорасць кубіка разам з куляй пасля ўдару

$$\vec{v} = \frac{m}{m + M}\vec{v}_0. \qquad (3)$$

Саўдары, у выніку якіх целы аб'ядноўваюцца і затым рухаюцца (або знаходзяцца ў спакоі) як адно цэлае, называюць *абсалютна няпругкім ударам*.

Разгледжаны прыклад — прыватны выпадак такога ўдару. Іншымі прыкладамі з'яўляюцца злучэнне вагонаў пры счэпцы, зліпанне пластылінавых шарыкаў пры саўдары і г. д.

Для абсалютна няпругкага ўдару лёгка знайсці канчатковую скорасць пры любым ліку цел і любых пачатковых скарасцях. Няхай m_1, m_2, ... m_n — масы цел, а $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, ... $\vec{v}_n$ — іх скорасці да ўдару. Па законе захавання імпульсу

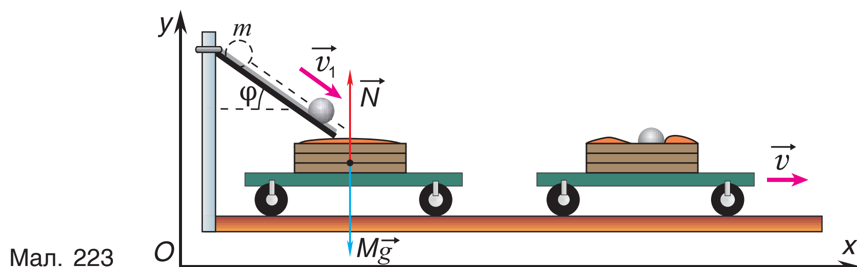
$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n = (m_1 + m_2 + \ldots + m_n)\vec{v},$$

дзе $\vec{v}$ — скорасць аб'яднанага цела пасля ўдару. З атрыманай роўнасці маем:

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}. \quad (4)$$

Разгледзім яшчэ адзін прыклад абсалютна няпругкага ўдару, які лёгка ажыццявіць на доследзе (мал. 223).

Цялежка, на якой замацавана скрынка з пяском, стаіць на гладкай гарызантальнай паверхні. Маса цялежкі (разам са скрынкай і пяском) роўна M. Шар масай m, скаціўшыся па жолабе, які нахілены пад вуглом φ, набірае скорасць $\vec{v}_1$ і трапляе ў пясок. Цялежка набывае скорасць $\vec{v}$.



Мал. 223

Як знайсці гэту скорасць?

Увядзём восі Ox і Oy і разгледзім змяненне праекцый імпульсу сістэмы «шар + цялежка» на гэтыя восі. З вектарнай роўнасці (1) вынікае:

$$\Delta p_{\text{сіст}\,x} = F_{\text{знеш}\,x}\Delta t; \quad \Delta p_{\text{сіст}\,y} = F_{\text{знеш}\,y}\Delta t.$$

Паколькі па ўмове задачы сілу супраціўлення руху цялежкі можна не прымаць у разлік, то ўсе знешнія сілы, якія дзейнічаюць на сістэму (сіла цяжару шарыка $m\vec{g}$, цялежкі $M\vec{g}$ і рэакцыя апоры $\vec{N}$), накіраваны па вертыкалі. Значыць, праекцыя $F_{\text{знеш}\,x} = 0$, $\Delta p_{\text{сіст}\,x} = 0$ і $p_{\text{сіст}\,x} = \text{const}$.

Прыраўняўшы значэнні праекцыі $p_{\text{сіст}\,x}$ да і пасля ўдару, атрымаем: $mv_1\cos\varphi = (m + M)v$. У выніку модуль скорасці руху цялежкі разам з шарам:

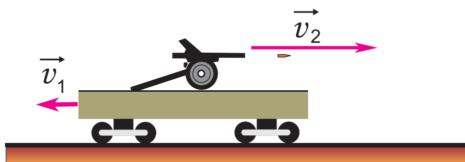
$$v = \frac{mv_1\cos\varphi}{m + M}.$$

У той жа час праекцыя $p_{\text{сіст}\,y}$ і вектар $\vec{p}_{\text{сіст}}$ у выніку падзення шара на цялежку змяніліся. Чаму? Каб адказаць на гэта пытанне, звярніце ўвагу на тое, што ў час удару шара аб пясок рэакцыя апоры была значна большай за сілу цяжару.

Зробім вывад. *Калі роўна нулю праекцыя выніковай знешніх сіл на якую-небудзь вось каардынат, то для рашэння задачы можна выкарыстоўваць «закон захавання праекцыі імпульсу сістэмы» на гэту вось.*

Разгледзім цяпер прыклад, у якім адбываецца не аб'яднанне, а раздзяленне частак сістэмы.

На гарызантальных чыгуначных рэйках знаходзіцца платформа (мал. 224) з замацаванай на ёй гарматай. Устаноўка можа свабодна каціцца па рэйках. Ствол гарматы гарызантальны. Гармата робіць выстрал. Платформа набывае скорасць, накіраваную супраць выстралу.



Мал. 224

Як знайсці скорасць платформы?

Сіла цяжару, якая дзейнічае на ўстаноўку, кампенсавана сілай рэакцыі рэек. Трэнне качэння можна не прымаць у разлік. Значыць, выніковая знешніх сіл $\vec{F}_{знеш} = \vec{0}$. Таму да сістэмы «ўстаноўка + снарад» можна прымяніць закон захавання імпульсу.

Паколькі імпульс сістэмы да выстралу быў роўны нулю, то

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \vec{0}, \qquad (5)$$

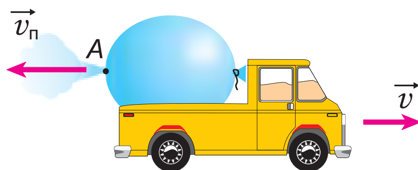
дзе m_1 — маса ўстаноўкі, m_2 — маса снарада, а $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ — іх скорасці пасля выстралу. З роўнасці (5) знаходзім скорасць платформы:

$$\vec{v}_1 = -\frac{m_2}{m_1}\vec{v}_2. \qquad (6)$$

А якую скорасць набывае платформа, калі выстрал зроблены пад вуглом α да гарызонту? Пераканайцеся, што ў гэтым выпадку захоўваецца праекцыя імпульсу сістэмы на гарызантальны напрамак. Дакажыце, што модуль скорасці платформы пасля выстралу будзе роўны $v_1 = \frac{m_2}{m_1}v_2\cos\alpha$.

Чаму ж платформа пачала рухацца? Таму што парахавыя газы, якія ўтварыліся ў канале ствала, дзейнічалі як на снарад, так і на гармату. Сіла, прыкладзеная да гарматы, выклікала «аддачу».

З'яву «аддачы» можна паказаць на простым доследзе. Прымацуем да цацачнага аўтамабіля напампаваны паветраны шарык (мал. 225). Праколем яго ў пункце A іголкай. Утвараецца струмень паветра, які вырываецца з шарыка, і аўтамабіль пачынае рухацца. Звычайна для набору скорасці цела адштурхваецца ад навакольных цел: дарожнага пакрыцця, вадзянога або паветранага асяроддзя і да т. п. У нашым доследзе аўтамабіль разам з шарыкам «адштурхваўся» ад паветра, назапашанага ўнутры сістэмы.



Мал. 225

Сіла, якая паскарала аўтамабіль, называецца *рэактыўнай*.

Рэактыўная сіла ўзнікае пры аддзяленні ад цела якой-небудзь яго часткі з некаторай скорасцю.

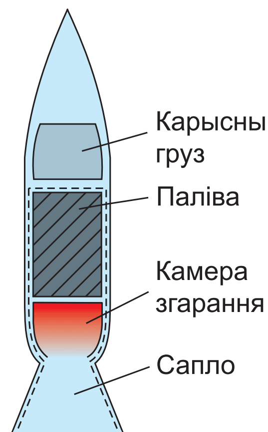
Устройства, якое стварае рэактыўную сілу, называецца ***рэактыўным рухавіком.***



Мал. 226

Рэактыўную сілу выкарыстоўваюць некаторыя марскія жывёлы, напрыклад кальмары, васьміногі. Яны засмоктваюць ваду ўнутр, а затым рэзка выштурхваюць яе. «Рэактыўны рухавік» кальмара дазваляе яму развіваць скорасць да 100 $\frac{км}{г}$! Першыя рэактыўныя рухавікі, створаныя чалавекам (парахавыя феерверачныя і сігнальныя ракеты), з'явіліся ў Кітаі каля дзесяці вякоў таму.

Выдатную ролю рэактыўныя тэхналогіі набылі ў другой палове XX ст. Рэактыўныя рухавікі маюць хуткасныя самалёты, сучасныя касмічныя караблі (мал. 226). Паколькі ў космасе няма асяроддзя, ад якога можна «адштурхвацца», то адзіная магчымасць дасягнуць касмічных скарасцей і кіраваць рухам касмічных апаратаў — выкарыстанне рэактыўных рухавікоў. Спрошчаная схема рэактыўнага рухавіка паказана на малюнку 227.



Мал. 227

Якую скорасць набывае ракета, калі яе рухавік выкідвае порцыю газу масай m са скорасцю $\vec{v}_г$?

Для рашэння можна выкарыстаць формулу (6) (растлумачце самастойна чаму). Тады модуль скорасці, якую набывае ракета

$$v = \frac{m}{M} v_г, \qquad (7)$$

дзе M — маса ракеты з часткай паліва, якое засталося.

Значыць, ракета набывае тым большую скорасць, чым большая скорасць выцякання газаў з яе сапла і чым меншая яе маса. Адсюль зразумелая выгада выкарыстання многаступеньчатых ракет (гл. мал. 226). Па меры выгарання паліва ў ступенях іх аддзяляюць. Памяншэнне масы ракеты робіць больш лёгкім яе далейшы разгон. З дапамогай многаступеньчатых ракет выводзяць на арбіту штучныя спадарожнікі Зямлі, даследуюць каляземную і міжпланетную прастору.

Ідэя выкарыстання ракет для касмічных палётаў развівалася ўжо на пачатку XX ст. Рускі вучоны К. Э. Цыялкоўскі (1857—1935) распрацаваў схему многаступеньчатай ракеты, разгледзеў уплыванне атмасферы на яе рух, пацвердзіў разлікамі рэальнасць выхаду ў касмічную прастору з дапамогай ракет, выказаў ідэю стварэння каляземных станцый.

4 кастрычніка 1957 г. у СССР пад кіраўніцтвам С. П. Каралёва быў запушчаны першы ў свеце штучны спадарожнік Зямлі, а 12 красавіка 1961 г. быў здзейснены першы палёт чалавека ў касмічную прастору. Лётчык-касманаўт Ю. А. Гагарын абляцеў зямны шар на касмічным караблі «Усход». У 1969 г. амерыканскія астранаўты Н. Армстранг і Э. Олдрын упершыню ў гісторыі трапілі на паверхню Месяца.

Ракетна-касмічныя даследаванні сталі неад'емнай часткай сучаснай цывілізацыі.

Сярод касманаўтаў ёсць ураджэнцы Беларусі: П. І. Клімук, У. В. Kавалёнак, А. В. Навіцкі.

Беларусь уваходзіць у лік касмічных дзяржаў. З касмадрома «Байканур» 22 ліпеня 2012 г. на арбіту вышынёй 500 км быў запушчаны Беларускі касмічны апарат (БКА) — спадарожнік масай 400 кг. Ён забяспечвае дыстанцыйнае зандзіраванне тэрыторыі Беларусі шляхам фатаграфавання з космасу.

Галоўныя вывады

1. Калі сума знешніх сіл роўна нулю, то імпульс сістэмы захоўваецца.
2. Закон захавання імпульсу можна прымяніць да незамкнутых сістэм, калі ўнутраныя сілы значна большыя за знешнія.
3. Рэактыўная сіла ўзнікае пры аддзяленні ад цела якой-небудзь яго часткі з некаторай скорасцю.

Кантрольныя пытанні

1. Што адбудзецца з імпульсам сістэмы, калі на яе не будуць дзейнічаць знешнія сілы?
2. У якіх выпадках да незамкнутай сістэмы можна прымяняць закон захавання імпульсу?
3. У якіх выпадках захоўваецца праекцыя імпульсу на дадзеную каардынатную вось?
4. Якую сілу называюць рэактыўнай? Прывядзіце прыклады.
5. За кошт чаго павялічваецца скорасць ракеты ў працэсе яе руху?
6. Чаму для запуску касмічных караблёў выкарыстоўваюцца многаступеньчатыя ракеты?

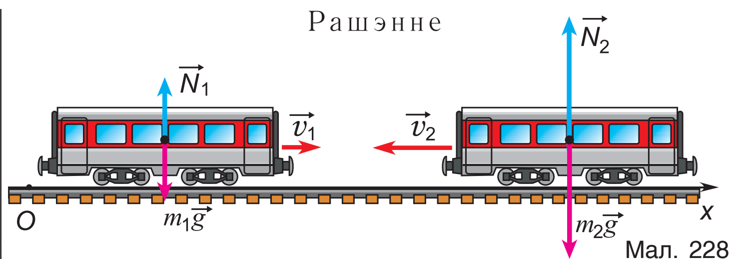
Прыклады рашэння задач

1. Два вагоны масамі $m_1 = 10$ т і $m_2 = 20$ т рухаліся па гарызантальным участку шляху насустрач адзін аднаму. Модулі скорасці руху вагонаў $v_1 = 0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ і $v_2 = 0{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ адпаведна. Вызначыце модуль і напрамак скорасці руху вагонаў пасля спрацоўвання аўтасчэпкі.

Дадзена:
$m_1 = 10\text{ т} = 1 \cdot 10^4$ кг
$m_2 = 20\text{ т} = 2 \cdot 10^4$ кг
$v_1 = 0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$v_2 = 0{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\vec{v}$ — ?

Рашэнне



Мал. 228

На сістэму з двух вагонаў (мал. 228) дзейнічаюць знешнія сілы: сілы цяжару $m_1\vec{g}$ і $m_2\vec{g}$ і сілы рэакцыі $\vec{N}_1$ і $\vec{N}_2$, што іх кампенсуюць. Сіла трэння качэння нязначная, яе можна не прымаць у разлік.

У выніку сума знешніх сіл, якія дзейнічаюць на вагоны, роўна нулю. Значыць, да сістэмы з двух вагонаў можна прымяніць закон захавання імпульсу:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}.$$

Тут $\vec{v}$ — скорасць вагонаў пасля счэпкі. У праекцыі на вось Ox атрымаем:

$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_x.$$

Адсюль

$$v_x = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2};$$

$$v_x = \frac{1 \cdot 10^4\text{ кг} \cdot 0{,}1\,\frac{\text{м}}{\text{с}} - 2 \cdot 10^4\text{ кг} \cdot 0{,}2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{(1+2) \cdot 10^4\text{ кг}} = \frac{0{,}1\,\frac{\text{м}}{\text{с}} - 0{,}4\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{3} = -0{,}1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Знак «–» паказвае на тое, што пасля аўтасчэпкі вагоны будуць рухацца супраць напрамку восі Ox.

Адказ: скорасць $\vec{v}$ накіравана супраць восі Ox; $v = 0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2. Снарад, які вылецеў з гарматы пад вуглом да гарызонту, разарваўся ў верхнім пункце траекторыі, маючы скорасць, модуль якой $v = 100\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Адносіна мас асколкаў $\frac{m_2}{m_1} = 3$. Меншы з асколкаў паляцеў гарызантальна ў адваротным напрамку са скорасцю, модуль якой $v_1 = 200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце модуль скорасці і напрамак руху большага асколка адразу пасля разрыву снарада.

Дадзена:

$v = 100\ \frac{м}{с}$

$\frac{m_2}{m_1} = 3$

$v_1 = 200\ \frac{м}{с}$

v_2 — ?

Рашэнне

Снарад не з'яўляецца замкнутай сістэмай, паколькі дзейнічае знешняя сіла — сіла цяжару. Аднак унутраныя сілы, якія разарвалі снарад на асколкі, шмат большыя за знешнюю сілу. Таму да сістэмы «разрываючыйся снарад» можна прымяніць закон захавання імпульсу:

$$m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2. \quad (1)$$

Паколькі па ўмове $m_2 = 3m_1$, то маса снарада $m = m_1 + m_2 = 4m_1$.

Тады з формулы (1) вынікае: $4m_1\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + 3m_1\vec{v}_2$, адсюль $4\vec{v} = \vec{v}_1 + 3\vec{v}_2$.

У праекцыі на вось Ox: $4v = -v_1 + 3v_{2x}$. У выніку атрымліваем:

$$v_{2x} = \frac{4v + v_1}{3} = \frac{4 \cdot 100\ \frac{м}{с} + 200\ \frac{м}{с}}{3} = 200\ \frac{м}{с}.$$

Адказ: напрамак руху большага асколка супадае з напрамкам скорасці снарада перад разрывам. Модуль скорасці большага асколка $v_2 = 200\ \frac{м}{с}$.

Праверым адказ.

Імпульс снарада $\vec{p} = 4m_1\vec{v}$, імпульс меншага асколка $\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1 = -2m_1\vec{v}$, паколькі $v_1 = 2v$. Пакажам імпульсы на малюнку 229.

Малюнак сведчыць, то сумарны імпульс асколкаў: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$.

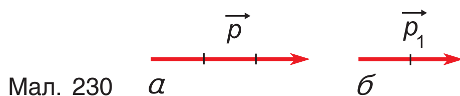


Мал. 229

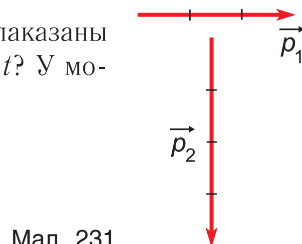
Практыкаванне 22

1. На малюнку 230, *а* паказаны імпульс $\vec{p}$ замкнутай сістэмы з двух цел, якія ўзаемадзейнічаюць, у момант часу t. У момант часу $t_1 > t$ імпульс першага цела роўны $\vec{p}_1$ (мал. 230, *б*). Пакажыце імпульс другога цела сістэмы ў момант часу t_1. Якім будзе імпульс другога цела, калі імпульс першага цела стане роўным $-\vec{p}_1$?

2. Імпульсы цел замкнутай сістэмы ў момант часу t паказаны на малюнку 231. Які імпульс сістэмы ў момант часу $t_1 > t$? У момант часу $t_2 < t$?



Мал. 230



Мал. 231

3. Лодка масай $m_1 = 100$ кг рухаецца па возеры з пастаяннай скорасцю, модуль якой $v_1 = 1{,}5\ \frac{м}{с}$. З лодкі саскоквае хлопчык масай $m_2 = 40$ кг. Вызначыце модуль скорасці і напрамак руху лодкі пасля скачка хлопчыка, калі ён саскоквае: а) з носа лодкі ў напрамку яе руху са скорасцю, модуль якой $v_2 = 2{,}0\ \frac{м}{с}$; б) гэтак жа, як і ў папярэднім выпадку, але пры $v_2 = 6{,}0\ \frac{м}{с}$; в) з кармы ў напрамку, процілеглым руху лодкі, пры $v_2 = 2{,}0\ \frac{м}{с}$. Вызначыце таксама напрамак і модуль скорасці, з якой павінен скокнуць хлопчык, каб лодка спынілася. Усе скорасці разглядаюцца ў сістэме адліку «бераг». Сілу супраціўлення вады не прымаць у разлік.

4. На возеры ў стане спакою знаходзіцца плыт масай $m_1 = 300$ кг. На плыце стаіць чалавек масай $m_2 = 60$ кг. Вызначыце адлегласць, на якую адносна берага перамесціцца плыт, калі чалавек пройдзе па плыце шлях $s = 6{,}0$ м перпендыкулярна да берага. Сілу супраціўлення вады не прымаць у разлік.

5. Зенітны снарад, выпушчаны вертыкальна ўверх, дасягнуў максімальнай вышыні і ўзарваўся. Пры гэтым утварыліся тры асколкі аднолькавай масы. Два асколкі разляцеліся сіметрычна пад вуглом $\alpha = 60°$ да напрамку палёту снарада са скарасцямі, модулі якіх $v_1 = v_2 = 300\ \frac{м}{с}$. Вызначыце модуль і напрамак скорасці трэцяга асколка.

§ 30. Работа сілы. Магутнасць

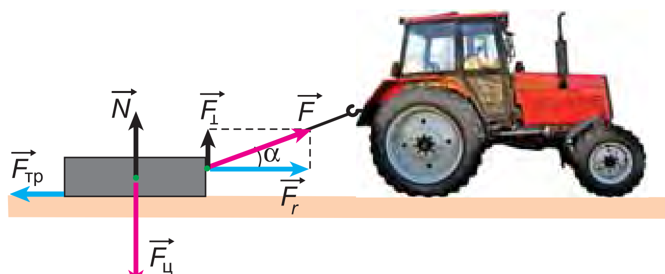
У 7-м класе вы даведаліся аб фізічнай велічыні, якую называюць «работа». Як яна вызначаецца? У якіх адзінках вымяраецца? Якое значэнне мае для практычнай дзейнасці чалавека?

Калі напрамак сілы супадае з напрамкам руху цела, то работа, якую выконвае гэта сіла, роўна здабытку модуля сілы на шлях, пройдзены целам:

$$A = Fs.$$

Гэта вы ведаеце з 7-га класа. А калі сіла накіравана пад вуглом да перамяшчэння?

Разгледзім прыклад. Трактар перамяшчае бетонны блок, дзейнічаючы на яго сілай $\vec{F}$. Яна складае вугал α з перамяшчэннем блока $\Delta\vec{r}$ (мал. 232). Раскладзём сілу $\vec{F}$ на дзве складальныя: $\vec{F}_r$ і $\vec{F}_\perp$.



Мал. 232

У напрамку сілы $\vec{F}_\perp$ цела не перамяшчаецца. Гэта сіла работы не выконвае. Значыць, работа сілы $\vec{F}$ роўна рабоце яе складальнай $\vec{F}_r$, накіраванай па руху цела:

$$A = F_r \Delta r.$$

Паколькі $F_r = F\cos\alpha$, то

$$\boldsymbol{A = F\Delta r\cos\alpha.} \quad (1)$$

Работа роўна модулю сілы, памножанаму на модуль перамяшчэння і на косінус вугла паміж сілай і перамяшчэннем.

Формула (2) прымяняльная пры пастаяннай сіле і пастаянным вугле паміж сілай і перамяшчэннем. У агульным выпадку работу можна вызначыць, разбіваючы траекторыю руху на малыя ўчасткі, а знайшоўшы работу на кожным з гэтых участкаў па формуле (1), падсумаваць іх.

Работа — скалярная велічыня.

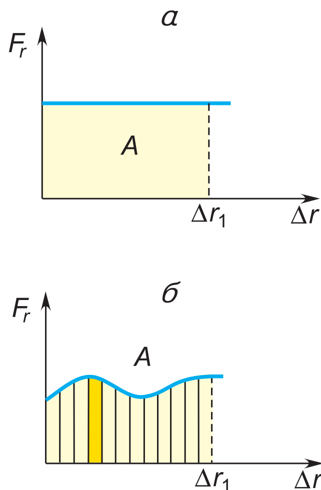
Адзінкай работы ў СІ з'яўляецца *1 джоўль* (1 Дж). Ён роўны рабоце, якая выконваецца сілай 1 ньютан пры перамяшчэнні цела на 1 метр у напрамку гэтай сілы (1 Дж = 1 Н · м).

Работа сілы можа быць дадатнай, адмоўнай або роўнай нулю. Гэта залежыць ад вугла паміж сілай і перамяшчэннем. З формулы (1) вынікае:

- калі вугал α востры, то работа дадатная;
- калі прамы — роўна нулю;
- калі тупы — адмоўная.

У нашым прыкладзе на бетонны блок, акрамя сілы нацяжэння троса $\vec{F}$, дзейнічаюць: сіла цяжару $\vec{F}_т$, сіла рэакцыі $\vec{N}$ і сіла трэння $\vec{F}_{тр}$. Дадатная, адмоўная або роўная нулю работа кожнай з гэтых сіл? Вызначыце самастойна.

Пабудуем графік залежнасці праекцыі сілы F_r ад модуля перамяшчэння Δr пры $F_r = \text{const}$. З малюнка 233, *а* відаць, што плошча зафарбаванага прамавугольніка лікава роўна рабоце, якую выканала гэта сіла пры перамяшчэнні Δr_1.



Мал. 233

А калі сіла — пераменная велічыня? У гэтым выпадку работа сілы таксама вызначаецца плошчай фігуры пад графікам залежнасці F_r ад модуля перамяшчэння (мал. 233, *б*).

Для доказу разаб'ём плошчу на вузкія палоскі (гл. мал. 233, *б*). Змяненне сілы на малым перамяшчэнні можна не браць пад увагу. Значыць, плошча кожнай з палосак лікава роўна рабоце на гэтым перамяшчэнні. Падсумоўваючы ўсе гэтыя работы, прыходзім да вываду: работа лікава роўна плошчы пад графікам пры любой залежнасці F_r ад перамяшчэння.

Сярод іншых фізічных велічынь работа займае асобнае месца ў практычнай дзейнасці чалавека. Не выконваючы работы, нельга вывесці цела са стану спакою або павялічыць яго скорасць. Немагчыма разагнаць матацыкл, поезд, аўтамабіль, карабель, самалёт, ракету і г. д.

Выконваць работу даводзіцца не толькі для змянення скорасці цел. Работа неабходна і для пераадолення сіл трэння і супраціўлення асяроддзя (паветра або вады) пры перамяшчэнні цел, а пры іх пад'ёме — для пераадолення сілы цяжару. Значыць, не выканаўшы работы, немагчыма ні перавезці груз, ні падняцца на патрэбны паверх, ні пабудаваць дом і любое іншае збудаванне.

Не выканаўшы работы, нельга дэфармаваць цела: сціснуць або расцягнуць спружыну, выкаваць або адштампаваць дэталь.

Вытворчая дзейнасць немагчыма без выканання работы.

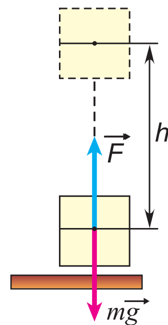
Невыпадкова менавіта работа мае рэальны грашовы эквівалент. Якая цана аднаго джоўля? Паспрабуйце вызначыць яе самастойна. Падказка дадзена ў канцы параграфа.

На самай справе значэнне работы больш шырокае. Выконваць работу неабходна для падтрымання самога жыцця! Безупынна працуе наша сэрца. Пры кожным яго ўдары выконваецца работа каля аднаго джоўля.

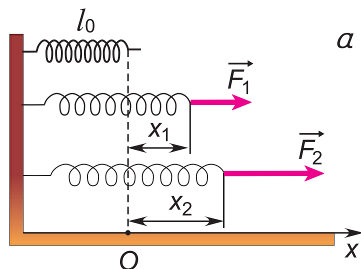
Падлічым работу для двух практычна важных выпадкаў.

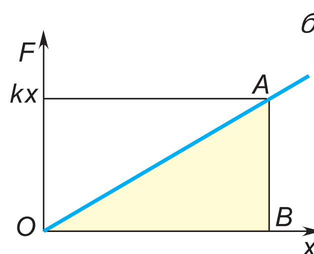
1. Работа па пад'ёме цела. Цела масай m раўнамерна падымаюць уверх. Для гэтага да яго прыкладваюць сілу $\vec{F}$, якая кампенсуе сілу цяжару $m\vec{g}$ (мал. 234). Значыць, работа сілы, неабходнай для пад'ёму грузу па вертыкалі на вышыню h, роўна

$$A = mgh. \qquad (2)$$



Мал. 234





Мал. 235

2. Работа па дэфармацыі спружыны. Расцягнем спружыну знешняй сілай $\vec{F}$ (мал. 235, *а*). Пры пругкіх дэфармацыях модуль знешняй сілы прама прапарцыянальны расцяжэнню спружыны x: $F = kx$, дзе k — жорсткасць спружыны. Работа сілы $\vec{F}$ лікава роўна плошчы трохвугольніка OAB на графіку залежнасці F ад x (мал. 235, *б*). Паколькі $OB = x$, $AB = kx$, то работа па расцяжэнні спружыны з яе недэфармаванага стану

$$A = \frac{kx^2}{2}. \qquad (3)$$

Зразумела, што роўнасць (3) выконваецца і пры сцісканні спружыны.

Работа сілы залежыць ад выбару сістэмы адліку. Разгледзім прыклад. Вы знаходзіцеся ў кабіне ліфта. Ці выконвае работу сіла цяжару, якая дзейнічае на вас? Выконвае, калі вызначаць работу гэтай сілы ў сістэме адліку, звязанай з Зямлёй. Не выконвае, калі ў сістэме адліку, звязанай з ліфтам. Дакажыце гэта самастойна.

Хуткасць выканання работы характарызуе *магутнасць*. **Магутнасцю называюць фізічную велічыню, роўную адносіне работы да прамежку часу, за які гэта работа выканана:**

$$P = \frac{A}{\Delta t}. \qquad (4)$$

Магутнасць лікава роўна рабоце, якая выконваецца за адзінку часу.

Адзінкай работы ў СІ з'яўляецца *1 ват* (1 Вт) — магутнасць, пры якой работа ў 1 джоўль выконваецца за 1 секунду.

Шырока выкарыстоўваюцца кратныя адзінкі магутнасці: кілават (1 кВт = $= 1 \cdot 10^3$ Вт), мегават (1 МВт $= 1 \cdot 10^6$ Вт). Магутнасць аўтамабільных рухавікоў да гэтага часу выражаюць у конскіх сілах (к. с.). 1 к. с. ≈ 736 Вт.

Работу можна выразіць праз магутнасць і час: $A = P\Delta t$. У сувязі з гэтым у якасці адзінкі работы часта выкарыстоўваюць *1 кілават-гадзіну* (1 кВт · г), роўную 3 600 000 Дж.

Менавіта за спажытую колькасць кілават-гадзін (а не кілават!) мы плацім штомесячна пры разліку за электраэнергію.



Мал. 236

Вызначым сувязь магутнасці са скорасцю руху цела. З формул (1) і (4) вынікае: $P = \frac{F \Delta r \cos\alpha}{\Delta t}$. Улічыўшы, што $\frac{\Delta r}{\Delta t} = v$, атрымаем:

$$\boldsymbol{P = Fv \cos \alpha.} \quad (5)$$

Роўнасць (5) паказвае, што пры адной і той жа магутнасці рухавіка можна:

- або рухацца з большай скорасцю пры параўнальна малой сіле супраціўлення руху (мал. 236, *а*);
- або пераадольваць большую сілу супраціўлення, рухаючыся з невялікай скорасцю (мал. 236, *б*).

Галоўныя вывады

1. Работа сілы роўна здабытку модуляў сілы і перамяшчэння і косінуса вугла паміж імі.
2. Калі вугал паміж сілай і перамяшчэннем востры, то работа сілы дадатная, калі тупы — адмоўная.
3. Сілы, перпендыкулярныя да перамяшчэння цела, работу не выконваюць.
4. Магутнасць лікава роўна рабоце, выкананай за адзінку часу.
5. Магутнасць прапарцыянальна здабытку сілы, якая дзейнічае, і скорасці руху цела.

Кантрольныя пытанні

1. Дадатнай ці адмоўнай будзе работа сілы цяжару, якая дзейнічае на цела, што рухаецца ўверх? Падае ўніз? Чаму?
2. Дадатнай ці адмоўнай будзе работа сілы супраціўлення паветра пры руху мяча ўверх? Пры яго руху ўніз? Чаму?
3. Чаму роўна сумарная работа, якую выканала сіла цяжару, што дзейнічае на кінуты ўверх мяч, пры яго руху з пункта кідання ў верхні пункт і назад?
4. Ці выконвае работу нармальная складальная сілы рэакцыі паверхні, якая дзейнічае на цела, што рухаецца па гэтай паверхні? Чаму?
5. Ці можна пры зададзенай магутнасці выйграць і ў сіле, і ў скорасці адначасова?

Прыклады рашэння задач

1. З калодзежа глыбінёй $l = 12$ м раўнамерна падымаюць вядро вады масай $m_1 = 10$ кг з дапамогай каната, кожны метр якога мае масу $m_0 = 0,20$ кг. Вызначыце выкананую пры гэтым работу. Прыняць $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:
$m_1 = 10$ кг
$l = 12$ м
$m_0 = 0,20$ кг
$l_0 = 1,0$ м
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

A — ?

Рашэнне

Улічым, што пры пад'ёме вядра розныя пункты каната праходзяць розныя шляхі (ад $s = 0$ для верхняга пункта каната да $s = l$ для яго ніжняга пункта). Тады работа супраць сіл цяжару, якія дзейнічаюць на вядро і канат:

$$A = m_1 g l + m_2 g \langle s \rangle,$$

дзе $m_2 = m_0 \frac{l}{l_0}$ — маса каната, $\langle s \rangle = \frac{l}{2}$ — сярэдняе значэнне шляху для пунктаў каната.

Адсюль $A = \left(m_1 + \frac{m_0 l}{2 l_0}\right) g l$.

$$A = \left(10\ \text{кг} + \frac{0,20\ \text{кг} \cdot 12\ \text{м}}{2 \cdot 1,0\ \text{м}}\right) \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 12\ \text{м} = 1344\ \text{Дж} = 1,3\ \text{кДж}.$$

Адказ: $A = 1,3$ кДж.

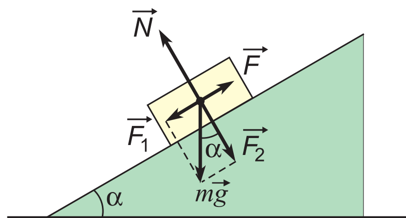
2. Аўтамабіль масай $m = 2,0$ т, які развівае магутнасць $P = 40$ к. с., падымаецца ўгару з пастаяннай скорасцю, модуль якой $v = 3,0$ м. Вызначыце вугал нахілу гары да гарызонту. Сілы супраціўлення не прымаць у разлік. Прыняць $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:
$m = 2,0$ т $= 2,0 \cdot 10^3$ кг
$P = 40$ л. с. $= 2,9 \cdot 10^4$ Вт
$v = 3,0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

α — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 237).



Мал. 237

Магутнасць рухавіка $P = Fv$. Модуль сілы F (гл. мал. 237), якая рухае аўтамабіль, роўны модулю складальнай сілы цяжару: $F_1 = mg \sin \alpha$. Тады магутнасць $P = mgv \sin \alpha$.

Адсюль $\sin\alpha = \frac{P}{mgv} = \frac{2{,}9 \cdot 10^4\ \text{Вт}}{2{,}0 \cdot 10^3\ \text{кг} \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 0{,}5;\ \alpha = 30°.$

Адказ: $\alpha = 30°$.

Практыкаванне 23

1. Якую работу па пад'ёме штангі масай $m = 200$ кг на вышыню $h = 2{,}00$ м выканала сіла мускулаў цяжкаатлета? Знайдзіце работу сілы цяжару, што дзейнічала на штангу. Паскарэнне свабоднага падзення ў гэтай і наступных задачах прыняць роўным $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2. Вызначыце сілу, з якой хлопчык перамясціў цялежку на адлегласць $l = 20{,}0$ м. Сіла пастаянная і накіравана пад вуглом $\alpha = 30°$ да гарызонту. Работа, выкананая сілай, роўна $A = 1{,}73$ кДж.

3. Шарык масай $m = 300$ г скочваецца па нахіленым жолабе даўжынёй $l = 1{,}6$ м з верхняга пункта жолаба. Пры гэтым сіла цяжару выканала работу $A = 2{,}4$ Дж. Вызначыце вугал нахілу жолаба да гарызонту.

4. Якую мінімальную работу неабходна выканаць, каб расцягнуць спружыну дынамометра на $x = 3$ см, калі паказанні дынамометра пры такой дэфармацыі спружыны роўны $F = 8$ Н?

5. Каб расцягнуць спружыну дынамометра на 2 см, неабходна выканаць работу 5 Дж. Якую работу трэба выканаць, каб расцягнуць гэту спружыну яшчэ на 2 см?

6. Поезд, што рухаецца са скорасцю, модуль якой $v = 20{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, пачынае тармазіць. Сіла тармажэння пастаянная, яе модуль $F = 500$ кН. Да поўнага спынення поезд праходзіць шлях $s = 400$ м. Вызначыце масу поезда і работу сілы тармажэння.

7. Шафу масай $m = 100$ кг неабходна перасунуць на адлегласць $l = 3{,}0$ м. Каэфіцыент трэння слізгання шафы па падлозе $\mu = 0{,}20$. Вызначыце мінімальную работу, якую пры гэтым неабходна выканаць.

8. Чаму вадзіцелі нагружаных аўтамабіляў пераадольваюць крутыя пад'ёмы на малой скорасці?

9. Паддон з цэгламі масай $m = 800$ кг раўнамерна падымаюць кранам на дзявяты паверх дома, што будуецца. Вышыня аднаго паверха $h_0 = 3{,}5$ м. Модуль скорасці пад'ёму $v = 0{,}20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце работу, якую выконваюць сілы нацяжэння троса крана пры пад'ёме гэтага паддона. Якая пры гэтым развіваецца магутнасць?

10. Вызначыце работу сілы, якая падымае груз масай $m = 40$ кг на вышыню $h = 15$ м з паскарэннем, накіраваным вертыкальна ўверх. Модуль паскарэння $a = 0{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Якую магутнасць развівае гэта сіла ў канцы пад'ёму?

§ 31. Патэнцыяльная энергія

Вы ўжо ведаеце, што і для пад'ёму цела на некаторую вышыню, і для дэфармавання цела неабходна выканаць работу. Ці можна «назапасіць» гэту работу і выкарыстаць яе праз нейкі час?

Правядзём дослед. Павольна, без разгону падымем гіру масай m з паверхні стала на вышыню h (мал. 238, *а*). Сіла нацяжэння ніткі $\vec{F}_н$ выканае работу $A = mgh$ над гірай.

Пераканаемся, што пры гэтым механічная сістэма «гіра + Зямля» набывае здольнасць выконваць работу.

З дапамогай ніткі і блока злучым гіру з цыліндрам масай $m_1 \approx m$ (мал. 238, *б*). Гіра вернецца на папярэдні ўзровень, а цыліндр падымецца (мал. 238, *в*). За кошт чаго выконвалася работа па пад'ёме цыліндра? За кошт работы сілы $m\vec{g}$, з якой Зямля прыцягвае гіру.

Значыць, здольнасць выконваць работу па пад'ёме цыліндра набыла не гіра сама па сабе, а сілы ўзаемадзеяння сістэмы «гіра + Зямля». Мерай гэтай здольнасці з'яўляецца фізічная велічыня, якая называецца *патэнцыяльнай энергіяй*.

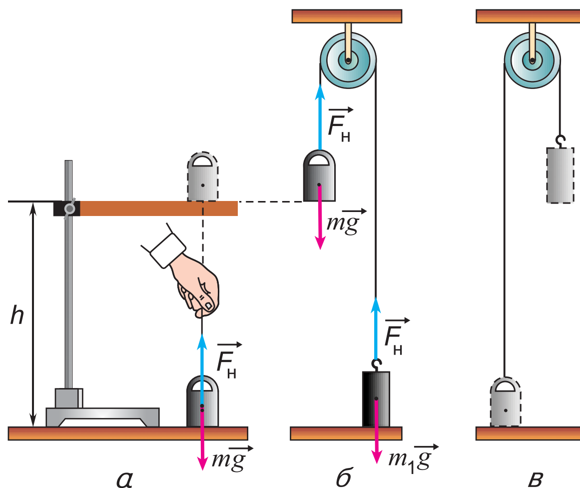
Патэнцыяльная энергія — гэта колькасная мера здольнасці сіл узаемадзеяння механічнай сістэмы выконваць работу.

Вымяраецца патэнцыяльная энергія ў тых жа адзінках, што і работа (у СІ — у *джоўлях*). Абазначым яе сімвалам $\boldsymbol{E}_п$.

Як вызначыць патэнцыяльную энергію механічнай сістэмы?

1. Прымем, што патэнцыяльная энергія роўна нулю для аднаго са станаў сістэмы. Назавём яго *нулявым станам* (або *нулявым узроўнем*). Напрыклад, можна прыняць, што патэнцыяльная энергія сістэмы «гіра + Зямля» роўна нулю, калі гіра знаходзіцца на паверхні стала (гл. мал. 238).

2. Затым трэба знайсці работу, якую выконваюць сілы ўзаемадзеяння цел сістэмы пры пераходзе сістэмы з дадзе-



Мал. 238

нага стану ў нулявы (у нашым доследзе — пры перамяшчэнні гіры з вышыні h на паверхню стала). *Гэта работа і вызначае патэнцыяльную энергію сістэмы.*

$$E_п = A_{уз}. \qquad (1)$$

Для сістэмы «цела з масай m + Зямля» сілай узаемадзеяння з'яўляецца сіла цяжару $m\vec{g}$. Работа гэтай сілы пры перамяшчэнні цела з вышыні h на нулявы ўзровень роўна mgh. Значыць, патэнцыяльная энергія такой сістэмы:

$$\boldsymbol{E_п = mgh.} \qquad (2)$$

Выраз (2) супадае з формулай работы знешняй сілы па пад'ёме цела на вышыню h (гл. § 30). Гэта супадзенне невыпадковае. Якая работа неабходна для пад'ёму цела (гл. мал. 238, *а*), такую работу выканае і сіла цяжару пры вяртанні гэтага цела назад (гл. мал. 238, *а*).

Карыстаючыся формулай (2), трэба мець на ўвазе, што:

• калі цела нельга лічыць матэрыяльным пунктам, то пад h трэба разумець вышыню, на якой знаходзіцца яго цэнтр цяжару;

• формула прымяняецца толькі для вышынь h, малых у параўнанні з радыусам Зямлі.

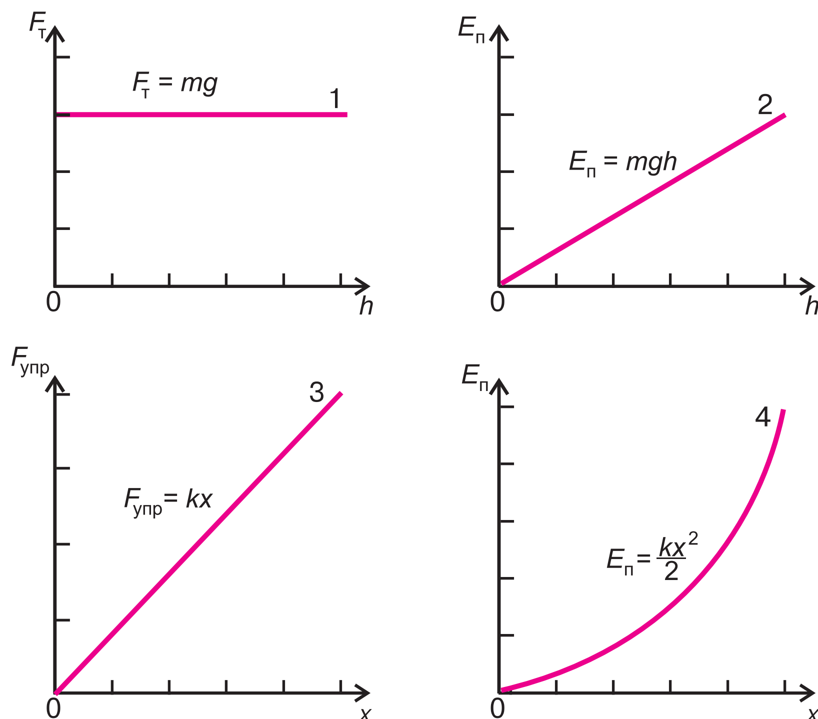
Для сцісласці энергію mgh дапушчальна называць «патэнцыяльнай энергіяй цела» (не забываючы, што на самай справе яна належыць сістэме «цела + Зямля»).

Вызначым цяпер патэнцыяльную энергію пругка дэфармаванай спружыны. Для гэтага не трэба рабіць новых разлікаў. У § 30 было даказана, што работа знешняй сілы, неабходная для дэфармацыі спружыны, роўна $\frac{kx^2}{2}$. Значыць, патэнцыяльная энергія спружыны:

$$\boldsymbol{E_п = \frac{kx^2}{2}.} \qquad (3)$$

Формула (3) вызначае патэнцыяльную энергію любога пругкага цела пры дэфармацыях сціскання або расцяжэння.

Формулы (2) і (3) адрозніваюцца адна ад адной, хоць яны апісваюць адну і тую ж фізічную велічыню — патэнцыяльную энергію. Прычына адрознення формул (2) і (3) у тым, што сіла цяжару пастаянная (графік *1* на мал. 239), а сіла пругкасці змяняецца пры дэфармаванні (графік *3*). Таму на малюнку 239 адрозніваюцца і графікі адпаведных патэнцыяльных энергій: нахіленая прамая *2* і ўчастак парабалы *4*.



Мал. 239

Зробім вывады. Патэнцыяльная энергія:

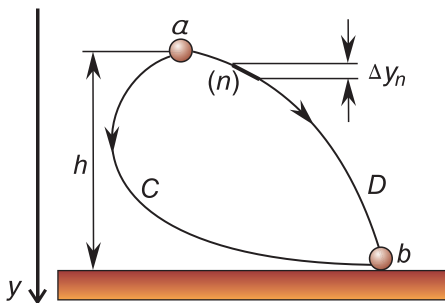
- абумоўлена ўзаемадзеяннем цел або частак цела;
- залежыць ад узаемнай адлегласці паміж целамі (або яго часткамі);
- роўна рабоце сіл узаемадзеяння (г. зн. унутраных сіл сістэмы) *пры пераходзе сістэмы з дадзенага стану ў нулявы*: $E_п = A_{уз}$;
- роўна рабоце знешніх сіл, неабходнай *для пераводу сістэмы* з нулявога стану ў дадзены: $E_п = A_{знеш}$.

Праверце самастойна на разгледжаных вышэй прыкладах:

- калі ўнутраныя сілы сістэмы выконваюць дадатную работу ($A_{уз} > 0$), то яе патэнцыяльная энергія памяншаецца;
- павелічэнне патэнцыяльнай энергіі адбываецца, калі знешнія сілы, пераадольваючы ўнутраныя, выконваюць дадатную работу ($A_{знеш} > 0$).

Мы вызначылі патэнцыяльную энергію як велічыню, роўную рабоце сіл узаемадзеяння пры пераходзе сістэмы з пачатковага стану ў нулявы. Але такі пераход можна выканаць рознымі спосабамі.

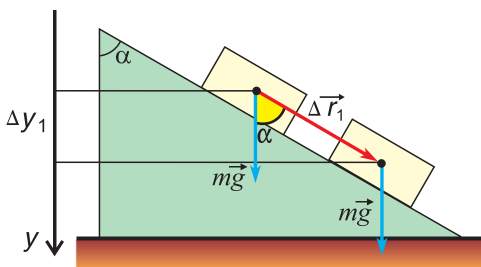
Напрыклад, шарык масай m можна перамясціць з пункта a у пункт b як па траекторыі C, так і па траекторыі D (мал. 240). У абодвух выпадках работа сілы цяжару павінна раўняцца патэнцыяльнай энергіі пачатковага стану mgh. Значыць, гэтыя работы павінны быць роўныя паміж сабой: $A_C = A_D$.



Мал. 240

Зробім вывад. *Патэнцыяльную энергію можна ўводзіць толькі для сіл, работа якіх не залежыць ад спосабу пераходу з аднаго стану ў другі.*

Такія сілы называюцца *кансерватыўнымі* (або *патэнцыяльнымі*). Кансерватыўныя і сілы цяжару, і сілы пругкасці.



Мал. 241

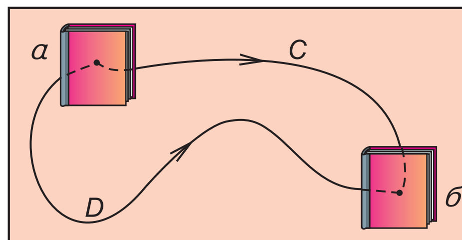
Пераканаемся, што сіла цяжару кансерватыўная. Разгледзім цела масай m на нахіленай плоскасці, што складае вугал α з вертыкаллю (мал. 241). Пры перамяшчэнні цела $\Delta\vec{r}_1$ работа сілы цяжару роўна $A_1 = mg\Delta r_1 \cos\alpha$. Паколькі $\Delta r_1 \cos\alpha = \Delta y_1$, то пры любым вугле нахілу работа роўна $A_1 = mg\Delta y_1$, г. зн. рабоце па перамяшчэнні цела па вертыкалі.

Вернемся да малюнку 240. Вылучым на траекторыі D адзін з малых участкаў, напрыклад n-ны. Работа сілы цяжару на гэтым участку роўна $mg\Delta y_n$, а работа на ўсёй траекторыі роўна суме такіх работ, г. зн. mgh. Гэты вынік атрымаецца і для траекторыі C, і для любой траекторыі, якая злучае зададзеныя пункты (a і b на мал. 240), што і трэба было даказаць.

Існуюць і сілы, работа якіх залежыць ад формы траекторыі, напрыклад сіла трэння слізгання, сіла супраціўлення руху цел у газе або вадкасці. Такія сілы называюць *дысіпатыўнымі*.

Пераканаемся ў тым, што сіла трэння дысіпатыўная. Перамесцім кнігу па паверхні стала з пункта a ў пункт b па дзвюх траекторыях (C і D) рознай даўжыні (мал. 242, выгляд зверху). Работы сіл трэння, прама прапарцыянальныя пройдзеным шляхам, будуць рознымі.

Адрозненне кансерватыўных сіл ад дысіпатыўных будзе яшчэ больш наглядным, калі параўнаць іх работы на замкнутым шляху. Работа кансерватыўнай сілы на любым замкнутым шляху будзе роўна нулю, а дысіпатыўнай — адрознай ад нуля (дакажыце гэтыя сцвярджэнні на прыкладах сілы цяжару і сілы трэння).



Мал. 242

Разгледзім яшчэ дзве ўласцівасці патэнцыяльнай энергіі.

1. Змяненне патэнцыяльнай энергіі роўна ўзятай са знакам «−» рабоце, выкананай сілай узаемадзеяння.

Напрыклад, для перамяшчэння цела масай m з вышыні h_1 на вышыню h_2:

$$A_{уз} = mg(h_1 - h_2) > 0; \ \Delta E_п = mgh_2 - mgh_1 = -A_{уз} < 0.$$

Роўнасць

$$\Delta E_п = -A_{уз} \quad (4)$$

выконваецца для ўсіх відаў патэнцыяльнай энергіі.

2. Нулявы ўзровень патэнцыяльнай энергіі можна выбраць адвольна.

Значэнне патэнцыяльнай энергіі залежыць ад выбару нулявога ўзроўню. Напрыклад, калі перанесці нулявы ўзровень з паверхні стала на ўзровень падлогі, то для любога цела на малюнку 238 патэнцыяльная энергія павялічыцца на mgH, дзе m — маса гэтага цела, H — вышыня стала. Аднак у любой задачы будзе цікавай не патэнцыяльная энергія сама па сабе, а работа сіл узаемадзеяння, роўная рознасці значэнняў патэнцыяльнай энергіі (гл. формулу (4)). Зразумела, што гэта рознасць ад выбару нулявога ўзроўню не залежыць (дакажыце гэта самастойна). Для кожнай канкрэтнай задачы яго выбіраюць так, каб яе рашэнне было найбольш простым.

Галоўныя вывады

1. Патэнцыяльная энергія характарызуе здольнасць сіл узаемадзеяння механічнай сістэмы выконваць работу. Яна залежыць ад адлегласці паміж целамі, якія ўзаемадзейнічаюць (або часткамі аднаго цела).

2. Патэнцыяльная энергія роўна рабоце сіл узаемадзеяння, якая выконваецца пры пераходзе сістэмы з дадзенага стану на нулявы ўзровень.

3. У выпадку сілы цяжару $E_п = mgh$, у выпадку сілы пругкасці $E_п = \frac{kx^2}{2}$.

4. Калі работа сілы не залежыць ад спосабу пераходу сістэмы з пачатковага стану ў канчатковы, то сіла называецца кансерватыўнай, а калі залежыць, то дысіпатыўнай.

Кантрольныя пытанні

1. У якіх выпадках сістэма цел валодае патэнцыяльнай энергіяй?
2. Як вызначыць патэнцыяльную энергію любой сістэмы? Ад чаго яна залежыць?
3. Чаму роўна патэнцыяльная энергія сістэмы «цела + Зямля»?
4. Чаму роўна патэнцыяльная энергія пругкай дэфармацыі?
5. Якія сілы называюцца кансерватыўнымі, а якія — дысіпатыўнымі? Прывядзіце прыклады тых і іншых.

Прыклад рашэння задачы

Недэфармаваную спружыну жорсткасцю $k = 200$ Н расцягнулі ад пачатковай даўжыні $l_0 = 16$ см да даўжыні $l = 20$ см. Вызначыце работу знешняй сілы па расцяжэнні спружыны, работу сілы пругкасці і змяненне патэнцыяльнай энергіі спружыны.

Дадзена:

$l_0 = 16$ см $= 0{,}16$ м

$l = 20$ см $= 0{,}20$ м

$k = 200\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

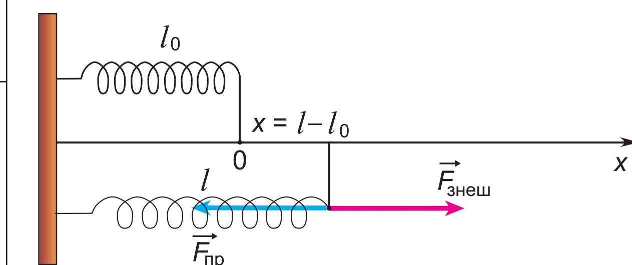
$A_{\text{знеш}}$ — ?

$A_{\text{пр}}$ — ?

$\Delta E_{\text{п}}$ — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 243).



Мал. 243

Работа знешняй сілы: $A_{\text{знеш}} = \frac{kx^2}{2}$. З малюнка відаць, што $x = l - l_0$.

Тады

$$A_{\text{знеш}} = \frac{k(l - l_0)^2}{2} = \frac{200\ \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^2}{2} = 0{,}16\ \text{Дж}.$$

Работа сілы пругкасці: $A_{\text{пр}} = -A_{\text{знеш}} = -0{,}16$ Дж.

Змяненне патэнцыяльнай энергіі: $\Delta E_{\text{п}} = A_{\text{знеш}} = 0{,}16$ Дж.

Работа знешняй сілы пайшла на павелічэнне патэнцыяльнай энергіі спружыны.

Адказ: $A_{\text{знеш}} = 0{,}16$ Дж; $A_{\text{пр}} = -0{,}16$ Дж; $\Delta E_{\text{п}} = 0{,}16$ Дж.

Практыкаванне 24

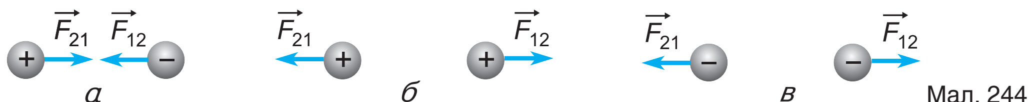
1. Вызначыце масу каменя, пры павольным пад'ёме якога з ямы глыбінёй $h = 2{,}0$ м на паверхню выканана работа $A = 100$ Дж. У задачах 1 і 2 паскарэнне свабоднага падзення прыняць роўным $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2. Жалезны лом масай $m = 12$ кг і даўжынёй $l = 1,5$ м ляжыць на гарызантальнай паверхні. Знайдзіце мінімальную работу, якую неабходна выканаць, каб паставіць лом вертыкальна.

3. У выніку расцяжэння спружыны на $\Delta l = 8,0$ см яна набыла патэнцыяльную энергію $E_п = 0,32$ Дж. Вызначыце жорсткасць спружыны.

4. Недэфармаваная спружына, жорсткасць якой $k = 20\ \frac{Н}{см}$, пад дзеяннем знешняй сілы падоўжылася на $\Delta l_1 = 3,0$ см. Вызначыце работу, якую павінна выканаць знешняя сіла, каб падоўжыць гэту спружыну яшчэ на $\Delta l_2 = 2,0$ см. Параўнайце гэту работу з работай сіл пругкасці спружыны і са змяненнем яе патэнцыяльнай энергіі.

5. Як трэба змяніць адлегласць паміж электрычна зараджанымі шарыкамі (паменшыць або павялічыць яе), каб патэнцыяльная энергія сістэмы павялічылася? Адкажыце на гэта пытанне для кожнага выпадку, паказанага на малюнку 244, *а*, *б*, *в*. Падказка: для гэтага зусім не трэба ведаць формулу для патэнцыяльнай энергіі ўзаемадзеяння электрычных зарадаў. Дастаткова вызначыць, у якім выпадку работа знешніх сіл будзе дадатнай.



Мал. 244

§ 32. Кінетычная энергія. Поўная энергія сістэмы цел

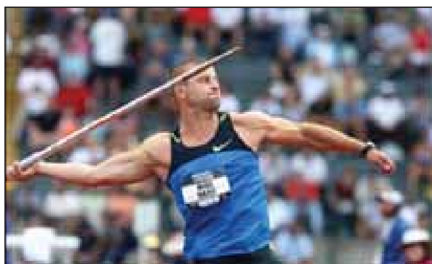
З 7-га класа вы ведаеце, што, акрамя патэнцыяльнай энергіі, існуе і кінетычная. Што такое кінетычная энергія? Як яна звязана са скорасцю цела? З яго масай?

Звернемся да вядомых прыкладаў. Малаток забівае ў дошку цвік (мал. 245). Куля, папаўшы ў драўляны кубік, перамяшчае яго (гл. мал. 222). Вагон, які рухаецца, сутыкаючыся з вагонам, што знаходзіцца ў спакоі, сціскае буферныя спружыны (гл. мал. 149).


Мал. 245

У гэтых прыкладах работу выканалі сілы, якія дзейнічалі з боку цел, што рухаліся (малатка, кулі, вагона). Значыць, целы, якія рухаюцца, валодаюць здольнасцю выконваць работу. Меру гэтай здольнасці называюць **кінетычнай энергіяй.**

А як цела набывае кінетычную энергію? У выніку работы, выкананай над ім.





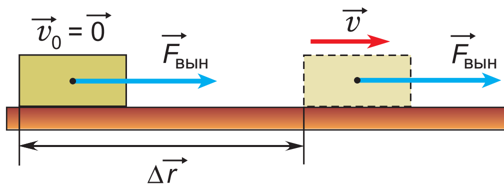
Мал. 246 *а* *б*

Пры штурханні ядра, кіданні молата або кап'я (мал. 246, *а*) работу выконвае мускульная сіла спартсмена. Работу, неабходную для разгону кулі, выконвае сіла парахавых газаў (мал. 246, *б*) і г. д.

Чым большая работа, выкананая над целам, тым мацней яно разгоніцца і тым большую кінетычную энергію набудзе.

Кінетычную энергію вызначаюць як велічыню, роўную рабоце, якую неабходна выканаць, каб разагнаць цела са стану спакою да дадзенай скорасці:

$$E_к = A_{разг}. \qquad (1)$$



Мал. 247

Знойдзем гэту работу. Няхай цела масай m разганяецца да скорасці $\vec{v}$ са стану спакою пад дзеяннем сіл, выніковая якіх $\vec{F}_{вын}$ пастаянная (мал. 247). Цела будзе рухацца роўнапаскорана, а работа па разгоне цела роўна:

$$A_{разг} = F_{вын}\Delta r, \qquad (2)$$

дзе Δr — модуль перамяшчэння цела. Пры такім руху квадрат модуля скорасці звязаны з модулем перамяшчэння (гл. § 13) формулай:

$$v^2 = 2a\Delta r. \qquad (3)$$

З роўнасцей (2) і (3) з улікам другога закону Ньютана атрымаем: $A_{разг} = F_{вын}\Delta r = ma\Delta r = m\frac{v^2}{2}$.

Значыць, **кінетычная энергія цела роўна палове здабытку масы цела і квадрата модуля яго скорасці:**

$$\boldsymbol{E_к = \frac{mv^2}{2}}. \qquad (4)$$

Кінетычная энергія — велічыня скалярная. Яна залежыць ад модуля скорасці, але не залежыць ад яе напрамку. Вымяраецца кінетычная энергія ў тых жа адзінках, што і работа (у СІ — у *джоўлях*).

А на што пойдзе работа сіл, прыкладзеных да цела, калі яго пачатковая скорасць $\vec{v}_0 \neq \vec{0}$? Работа пойдзе на *змяненне* кінетычнай энергіі цела:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A_{\text{вын}}. \qquad (5)$$

Формула (5) выражае *тэарэму аб змяненні кінетычнай энергіі.*

Змяненне кінетычнай энергіі цела роўна рабоце выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго.

Тэарэму лёгка даказаць для цела, якое рухаецца прамалінейна ў напрамку пастаяннай сілы $\vec{F}$, што на яго дзейнічае. З дапамогай формулы з кінематыкі $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta r$ атрымаем: $v^2 - v_0^2 = 2\frac{F}{m}\Delta r$. Адсюль $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = F\Delta r = A_{\text{вын}}$.

Тэарэма аб змяненні кінетычнай энергіі правільная і пры крывалінейным руху, і пры непастаяннай выніковай сіле.

У формулах (1) і (5) работу можна разумець і як работу выніковай усіх сіл, прыкладзеных да цела, і як алгебраічную суму работ, выкананых кожнай з гэтых сіл.

Работа выніковай сілы можа быць дадатнай, адмоўнай або роўнай нулю. З тэарэмы аб змяненні кінетычнай энергіі вынікае.

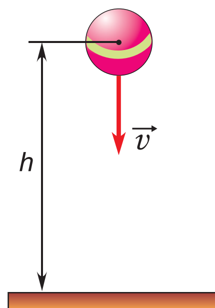
1. Калі $A_{\text{вын}} > 0$ (напрыклад, работа сілы цяжару, якая дзейнічае на свабодна падаючае ўніз цела), то кінетычная энергія цела павялічваецца.

2. Калі $A_{\text{вын}} < 0$ (напрыклад, работа сілы трэння слізгання), то кінетычная энергія цела памяншаецца.

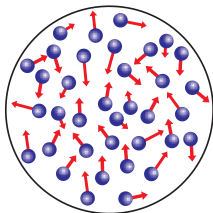
3. Калі $A_{\text{вын}} = 0$, то кінетычная энергія цела не змяняецца. Так бывае не толькі пры $\vec{F}_{\text{вын}} = \vec{0}$. Кінетычная энергія не змяняецца і ў выпадку, калі сіла $\vec{F}_{\text{вын}}$ перпендыкулярна да скорасці руху цела (як, напрыклад, сіла, што стварае цэнтраімклівае паскарэнне пры руху цела па акружнасці).

Кінетычная энергія залежыць ад выбару сістэмы адліку. Напрыклад, кінетычная энергія пасажыра, які знаходзіцца ў спакоі адносна вагона, роўна нулю ў сістэме адліку «вагон» і адрозная ад нуля ў сістэме адліку «Зямля».

Формула (4) вызначае кінетычную энергію цела, якое рухаецца паступальна. Калі цела верціцца, то да яе трэба дабавіць кінетычную энергію вярчальнага руху. Яна прапарцыянальна квадрату вуглавой скорасці вярчэння цела.



Мал. 248



Мал. 249

Мы разгледзелі патэнцыяльную і кінетычную энергію. А як вызначыць поўную энергію сістэмы цел?

Разгледзім прыклад. Няхай мяч масай m падае і ў некаторы момант часу, знаходзячыся на вышыні h, мае скорасць $\vec{v}$ (мал. 248). Чаму роўна поўная энергія сістэмы «Зямля + мяч»?

Знойдзем суму кінетычнай і патэнцыяльнай энергій дадзенай сістэмы (лічачы Зямлю нерухомай):

$$E_{мех} = E_к + E_п = \frac{mv^2}{2} + mgh. \quad (6)$$

Мы атрымалі велічыню, якую называюць механічнай энергіяй сістэмы.

Ці знойдзена поўная энергія сістэмы «Зямля + мяч»? Не знойдзена.

Як вы ўжо ведаеце, усе целы складаюцца з мікрачасціц — атамаў, малекул. Гэтыя часціцы ўдзельнічаюць у хаатычным цеплавым руху (мал. 249) і ўзаемадзейнічаюць (прыцягваюць і адштурхваюць адна адну). Сума кінетычнай энергіі цеплавога руху мікрачасціц і патэнцыяльнай энергіі іх узаемадзеяння адна з адной называецца *ўнутранай энергіяй цела*. Значыць, поўная энергія сістэмы «Зямля + мяч» роўна:

$$E_{поўн} = E_{мех} + E_{унутр}, \quad (7)$$

дзе $E_{унутр}$ ёсць сума ўнутраных энергій Зямлі і мяча.

Такім чынам, для любой сістэмы цел:

• **механічная энергія сістэмы ёсць сума кінетычных энергій цел сістэмы і патэнцыяльных энергій іх узаемадзеянняў;**

• **поўная энергія сістэмы складаецца з яе механічнай энергіі і сумы ўнутраных энергій цел сістэмы.**

Галоўныя вывады

1. Кінетычная энергія цела прама прапарцыянальна яго масе і квадрату скорасці яго руху.

2. Значэнне кінетычнай энергіі залежыць ад выбару сістэмы адліку.

3. Змяненне кінетычнай энергіі роўна рабоце выніковай усіх сіл, прыкладзеных да цела.

4. Механічная энергія сістэмы ёсць сума кінетычных энергій цел сістэмы і патэнцыяльных энергій іх узаемадзеяння.

5. Поўная энергія сістэмы складаецца з яе механічнай энергіі і сумы ўнутраных энергій цел сістэмы.

Кантрольныя пытанні

1. У якім выпадку цела валодае кінетычнай энергіяй?
2. Скалярнай ці вектарнай велічынёй з'яўляецца кінетычная энергія?
3. Як звязана змяненне кінетычнай энергіі цела з работай выніковай сілы?
4. У якім выпадку кінетычная энергія цела павялічваецца? Памяншаецца? Не змяняецца?
5. Ці залежыць кінетычная энергія ад выбару сістэмы адліку?
6. Што такое механічная энергія сістэмы цел? З чаго складаецца поўная энергія сістэмы?

Прыклад рашэння задачы

Камень масай $m = 0{,}50$ кг кінуты вертыкальна ўверх са скорасцю, модуль якой $v_0 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Якой кінетычнай энергіяй будзе валодаць камень праз час $t_1 = 1{,}0$ с і $t_2 = 2{,}0$ с ад пачатку руху? Супраціўленне паветра не прымаць у разлік. Прыняць $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:
$m = 0{,}50$ кг
$v_0 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$t_1 = 1{,}0$ с
$t_2 = 2{,}0$ с
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$E_{\text{к}1}$ — ?
$E_{\text{к}2}$ — ?

Рашэнне

Знойдзем модулі скорасці каменя v_1 і v_2 пры $t_1 = 1{,}0$ с і $t_2 = 2{,}0$ с:

$$v_1 = v_0 - gt_1;\ v_1 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1{,}0\ \text{с} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v_2 = v_0 - gt_2;\ v_2 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2{,}0\ \text{с} = 0.$$

Кінетычная энергія каменя пры $t_1 = 1{,}0$ с:

$$E_{\text{к}1} = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{0{,}50\ \text{кг} \cdot 100\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2} = 25\ \text{Дж}.$$

Кінетычная энергія каменя ў момант часу $t_2 = 2{,}0$ с: $E_{\text{к}2} = \frac{mv_2^2}{2} = 0.$

Адказ: $E_{\text{к}1} = 25$ Дж; $E_{\text{к}2} = 0$.

Практыкаванне 25

1. Камень масай $m = 1{,}5$ кг упаў у ваду. Якой кінетычнай энергіяй валодаў камень у момант падзення ў ваду, калі модуль яго скорасці ў гэты момант $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

2. Як зменіцца кінетычная энергія трамвая, калі яго скорасць павялічыцца ў $k = 2$ разы? Паменшыцца ў $n = 3$ разы?

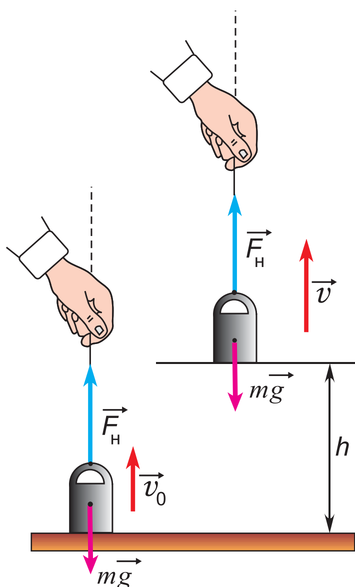
3. Куля масай $m = 5{,}0$ г, вылецеўшая з ружжа са скорасцю, модуль якой $v_0 = 600\ \frac{м}{с}$, прабівае драўляную пліту. На вылеце з пліты модуль скорасці быў роўны $v = 200\ \frac{м}{с}$. Вызначыце работу, якая была выканана сіламі супраціўлення дрэва.

4. Кінуты вертыкальна ўверх металічны шарык масай $m = 200$ г вярнуўся ў пункт кідання праз час $t = 4{,}0$ с. Вызначыце механічную энергію сістэмы «Зямля + шарык» праз час $t_1 = 3{,}0$ с ад моманту кідання. Супраціўленне руху шарыка не прымаць у разлік. Прыняць $g = 10\ \frac{м}{с^2}$.

5. Завадная дзіцячая цацка раўнамерна рухаецца па акружнасці радыусам $R = 1{,}0$ м з перыядам $T = 10$ с. Вызначыце масу цацкі, калі яе кінетычная энергія $E_к = 0{,}020$ Дж.

§ 33. Закон захавання энергіі

Поўная энергія сістэмы складаецца з яе механічнай энергіі і сумы ўнутраных энергій цел, што ўваходзяць у сістэму. Пры якіх умовах механічная і поўная энергіі сістэмы змяняюцца? Пры якіх умовах застаюцца пастаяннымі?



Мал. 250

Мы ведаем, што пры пад'ёме цела павялічваецца патэнцыяльная энергія, а пры яго разгоне — кінетычная. А ці могуць змяняцца і кінетычная, і патэнцыяльная энергіі адначасова?

Разгледзім прыклад. Будзем падымаць гіру масай m (мал. 250) з дапамогай ніткі. Для механічнай сістэмы «гіра + Зямля» сіла нацяжэння ніткі з'яўляецца знешняй сілай: $\vec{F}_н = \vec{F}_{знеш}$. Пры $F_{знеш} > mg$ гіра не толькі падымецца на вышыню h, але і павялічыць сваю скорасць ад $\vec{v}_0$ да $\vec{v}$ (гл. мал. 250). Работа знешняй сілы выклікае змяненне як кінетычнай, так і патэнцыяльнай энергіі сістэмы «гіра + Зямля». Знойдзем сувязь паміж гэтымі велічынямі.

Па тэарэме аб змяненні кінетычнай энергіі маем

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A_{вын}.$$

З малюнка 250 $A_{вын} = (F_{знеш} - mg)h.$

Значыць, $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} + mgh = F_{\text{знеш}}h$, або $\Delta E_{\text{к}} + \Delta E_{\text{п}} = A_{\text{знеш}}$. Значыць, у нашым прыкладзе

$$\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{знеш}}. \qquad (1)$$

Гэта роўнасць прымяняльная да любой *кансерватыўнай* механічнай сістэмы, г. зн. сістэмы, у якой дзейнічаюць толькі *кансерватыўныя* (адсутнічаюць *дысіпатыўныя*) сілы. Напомнім, што да кансерватыўных адносяцца сілы цяжару, сілы пругкасці, а да дысіпатыўных — сілы супраціўлення асяроддзя, сілы трэння слізгання і г. д.

Значыць, змяненне **механічнай энергіі кансерватыўнай сістэмы роўна рабоце знешніх сіл.** Пры гэтым у ліку *знешніх* сіл могуць быць як кансерватыўныя, так і дысіпатыўныя сілы. Напрыклад, калі знешняй сілай з'яўляецца сіла трэння $\vec{F}_{\text{тр}}$, то

$$A_{\text{знеш}} = -F_{\text{тр}}s,$$

дзе s — пройдзены шлях.

Калі кансерватыўная сістэма замкнута, г. зн. на яе не дзейнічаюць знешнія сілы, то з роўнасці (1) вынікае $\Delta E_{\text{мех}} = 0$, а значыць,

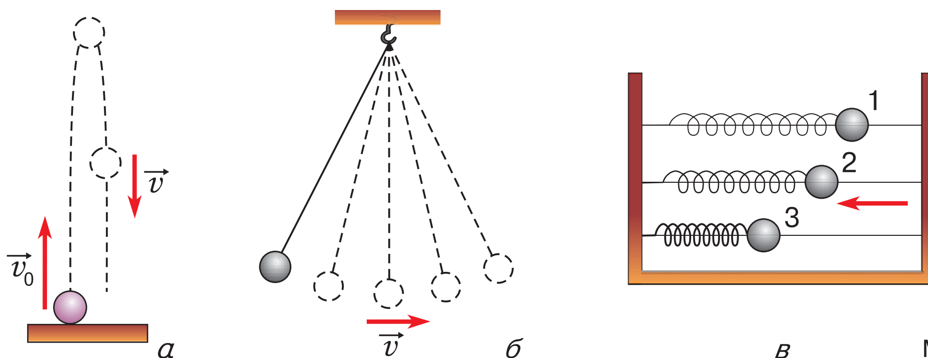
$$E_{\text{мех}} = \text{const}. \qquad (2)$$

Механічная энергія замкнутай кансерватыўнай сістэмы застаецца пастаяннай (захоўваецца).

Гэта сцвярджэнне называюць *законам захавання механічнай энергіі.*

Адзначым, што захоўваюцца не кінетычная і патэнцыяльная энергіі паасобку, а іх сума. У выніку ў замкнутай кансерватыўнай сістэме пры памяншэнні кінетычнай энергіі настолькі ж павялічваецца патэнцыяльная (і наадварот): $\Delta E_{\text{к}} = -\Delta E_{\text{п}}$.

Прасачыце, як кінетычная энергія пераходзіць у патэнцыяльную і наадварот пры руху: а) мячыка; б) шарыка, падвешанага на нітцы; в) цела, звязанага са спружынай (мал. 251, *а*, *б*, *в*).

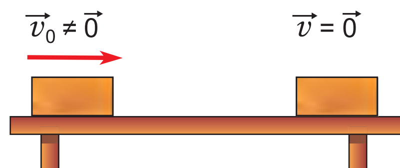


Мал. 251

Закон захавання механічнай энергіі выконваецца і для незамкнутых кансерватыўных сістэм, калі работа знешніх сіл роўна нулю. Для прыкладу звернемся да малюнка 132 (§ 20, с. 96). Прасочым за рухам шарыка. Калі не браць пад увагу супраціўленне паветра, то яго механічная энергія будзе пастаяннай. Аднак выніковая сіл, прыкладзеных да шарыка, $\vec{F} \neq \vec{0}$. Значыць, шарык з'яўляецца незамкнутай сістэмай. Чаму ж яго механічная энергія захоўваецца? Растлумачце самастойна.

А што адбываецца, калі сістэма замкнута, але сярод яе ўнутраных сіл ёсць дысіпатыўныя сілы?

Правядзём просты дослед. Нададзім пачатковую скорасць $\vec{v}_0$ драўлянаму бруску масай m, які знаходзіцца на паверхні драўлянага стала. Прайшоўшы некаторую адлегласць, брусок спыніцца з-за дзеяння сілы трэння — унутранай дысіпатыўнай сілы сістэмы «брусок + стол» (мал. 252). Нягледзячы на тое, што знешнія сілы работу не выконвалі, механічная энергія гэтай сістэмы паменшылася $\left(\text{на велічыню } m\frac{v_0^2}{2}\right)$.



Мал. 252

З-за дысіпатыўных сіл страты механічнай энергіі адбываюцца ў любым рэальным устройстве. Ваганні цел, паказаных на малюнку 251, *б*, *в*, паступова затухаюць, пры выключаным рухавіку губляе скорасць аўтамабіль і г. д.

Ці знікае пры гэтым механічная энергія бясследна?

Прадоўжым доследы з бруском. Прыціснем яго да драўлянага дыска, які верціцца. Брусок і дыск хутка нагрэюцца. Праз 1—2 мінуты іх паверхні пачнуць дыміцца і могуць нават загарэцца!

Награванне цел адбывалася і пры руху бруска па стале. Толькі яно было надзвычай нязначным і таму непрыметным.



Мал. 253

Пры тармажэнні поезда, аўтамабіля награваюцца тармазныя ўстройствы. Пад дзеяннем сіл супраціўлення паветра распальваюцца метэарыты (мал. 253). Пры трэнні адзін аб аднаго награваюцца і нават могуць расплавіцца кавалкі лёду. Награванне адбываецца і пры няпругкіх дэфармацыях. Сагніце і разагніце некалькі разоў запар металічны дрот. Вы адчуеце, што ён нагрэўся.

Што агульнае ва ўсіх гэтых з'яў? Тое, што *дзеянне дысіпатыўных сіл прыводзіць да павелічэння ўнутранай энергіі цел.* Хаатычны цеплавы рух атамаў і малекул робіцца больш хуткім — павялічваецца ўнутраная кінетычная энергія. Можа павялічыцца і ўнутраная патэнцыяльная энергія (напрыклад, пры плаўленні цел).

Увесь назапашаны вопыт і спецыяльна пастаўленыя эксперыменты сведчаць, што ў любой замкнутай сістэме памяншэнне механічнай энергіі з дакладнасцю роўна павелічэнню ўнутранай, а іх сума (г. зн. поўная энергія) застаецца пастаяннай:

$$E_{\text{поўн}} = \text{const}. \quad (3)$$

Поўная энергія замкнутай сістэмы захоўваецца.

Так фармулюецца адзін з найважнейшых законаў прыроды — *закон захавання энергіі.*

Закон захавання энергіі не мае выключэнняў. Ён выконваецца для ўсіх фізічных, хімічных, біялагічных і іншых з'яў. Гэты закон выкарыстоўваецца ў самых розных галінах навукі і тэхнікі; з'яўляецца навуковай падставай для важнейшай галіны вытворчасці — энергетыкі.

На пачатку параграфа мы паказалі, што, не выканаўшы работы, нельга павялічыць запас энергіі. Але і выканаць работу нельга, не паменшыўшы гэтага запасу (прывядзіце прыклады самастойна).

Таму здабыча энерганосьбітаў (нафты, газу, вугалю), выкарыстанне розных крыніц энергіі (вады, ветру, сонечнага выпраменьвання, ядзернага паліва і г. д.), перадача энергіі на вялікія адлегласці, барацьба са стратамі энергіі (энергазберагання) з'яўляюцца важнейшымі задачамі ўсяго сусветнага грамадства. Вырашэнне гэтых задач немагчыма без выкарыстання законаў фізікі і далейшага развіцця гэтай навукі.

Галоўныя вывады

1. Змяненне механічнай энергіі кансерватыўнай сістэмы роўна рабоце знешніх сіл.
2. Поўная энергія замкнутай сістэмы захоўваецца заўсёды, а яе механічная энергія — пры адсутнасці дысіпатыўных сіл.
3. Закон захавання энергіі выконваецца для ўсіх з'яў прыроды.

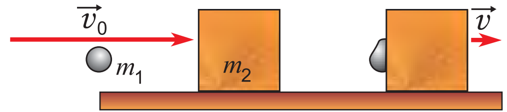
Кантрольныя пытанні

1. Пры якіх умовах поўная энергія сістэмы захоўваецца?
2. Пры якіх умовах захоўваецца механічная энергія сістэмы?
3. Дзеянне якіх сіл выклікае пераход механічнай энергіі ва ўнутраную?

Прымяненне законаў захавання імпульсу і энергіі да задач аб саўдарах цел

У § 29 мы разглядалі абсалютна няпругкі ўдар. Пасля такога ўдару целы рухаюцца як адзінае цела са скорасцю, якую лёгка знайсці з закону захавання імпульсу. А ці захоўваецца пры абсалютна няпругкім удары кінетычная энергія сістэмы? Поўная энергія? Унутраная энергія?

Разгледзім прыклад. Пластылінавы шарык масай $m_1 = 40$ г, што мае скорасць $\vec{v}_0$, модуль якой $v_0 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, ударыўся аб драўляны кубік масай $m_2 = 360$ г, які знаходзіўся ў спакоі на гладкай гарызантальнай паверхні (мал. 254), і прыліп да яго. Адбыўся абсалютна няпругкі ўдар. Вызначым характарыстыкі руху цел пасля ўдару.



Мал. 254

Уплыў знешніх сіл за час удару можна не браць пад увагу. Значыць, і імпульс, і поўная энергія сістэмы «шарык + кубік» захоўваюцца. Прыраўняўшы суму імпульсаў цел да і пасля ўдару, атрымаем: $m_1\vec{v}_0 = (m_1 + m_2)\vec{v}$, адкуль

$$\vec{v} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_0. \qquad (1)$$

Паколькі патэнцыяльная энергія цел не змянілася, розніца кінетычных энергій сістэмы пасля і да ўдару роўна змяненню механічнай энергіі:

$$\Delta E_{\text{мех}} = \frac{m_1 + m_2}{2}v^2 - \frac{m_1}{2}v_0^2.$$

Падстаўляючы сюды модуль скорасці v з формулы (1) (вылічэнні зрабіце самастойна), знаходзім:

$$\Delta E_{\text{мех}} = -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{v_0^2}{2} < 0. \qquad (2)$$

У выніку ўдару механічная энергія сістэмы паменшылася. Паколькі поўная энергія сістэмы не змянілася, унутраная энергія сістэмы павялічылася настолькі, наколькі паменшылася механічная: $\Delta E_{\text{унутр}} = -\Delta E_{\text{мех}}$.

Падстаўляючы лікавыя значэнні m_1, m_2 і v_0, па формулах (1) і (2) знаходзім:

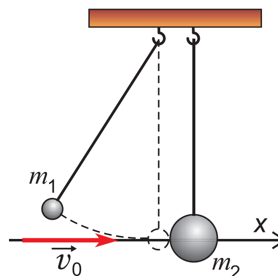
$$v = 0{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}};\quad \Delta E_{\text{мех}} = -72\ \text{мДж};\quad \Delta E_{\text{унутр}} = 72\ \text{мДж}.$$

Лёгка падлічыць, што ў дадзеным прыкладзе ва ўнутраную энергію ператварылася 90 % пачатковай кінетычнай энергіі. Дакажыце самастойна, што пры абсалютна няпругкім удары:

- частка механічнай энергіі абавязкова пераходзіць ва ўнутраную;
- доля энергіі, якая перайшла, можа дахадзіць да 100 % (прывядзіце прыклады).

А калі ўдар не з'яўляецца абсалютна няпругкім? Ці можа ўнутраная энергія цел, што саўдараюцца, застацца нязменнай? Доследы паказваюць, што пры саўдары рэальных цел нейкая частка іх кінетычнай энергіі абавязкова пераходзіць ва ўнутраную. Наколькі вялікая гэта частка, залежыць ад матэрыяла, з якога складаюцца целы. Напрыклад, для шкла яна менш, чым для сталі, для сталі менш, чым для дрэва, і г. д.

Аднак у якасці мадэлі разглядаюць саўдары, пры якіх пераход кінетычнай энергіі ва ўнутраную адсутнічае. Такі ўдар называюць *абсалютна пругкім*.



Мал. 255

Разгледзім саўдар стальных шароў масамі m_1 і m_2, якія падвешаны на нітках так, каб у час удару іх цэнтры знаходзіліся на аднолькавай вышыні (мал. 255). Адвядзём першы шар у бок і адпусцім. Скорасць, якую ён набудзе да моманту сутыкнення з другім шарам, абазначым праз $\vec{v}_0$. Удар будзем лічыць абсалютна пругкім.

Складзём ураўненні для вызначэння скарасцей шароў $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ пасля ўдару. Па законе захавання імпульсу:

$$m_1\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2. \quad (3)$$

Па законе захавання энергіі (з улікам таго, што ні патэнцыяльная, ні ўнутраная энергіі шароў за час удару не змяніліся):

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}. \quad (4)$$

Паколькі скорасць $\vec{v}_0$ накіравана на цэнтр другога шара, сілы ўзаемадзеяння шароў пры ўдары, а значыць, і змяненні іх скарасці будуць мець адрозныя ад нуля праекцыі толькі на гарызантальную вось Ox. Тады з формул (3) і (4) вынікае:

$$m_1(v_0 - v_{1x}) = m_2 v_{2x}; \quad (5)$$

$$m_1(v_0^2 - v_{1x}^2) = m_2 v_{2x}^2. \quad (6)$$

Выкарыстоўваючы тоеснасць $v_0^2 - v_{1x}^2 = (v_0 - v_{1x})(v_0 + v_{1x})$, з ураўненняў (5) і (6) лёгка атрымаць роўнасць $v_0 + v_{1x} = v_{2x}$. З яе дапамогай з ураўнення (5) знаходзім:

$$v_{1x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0; \quad v_{2x} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0. \quad (7)$$

Вылічым значэнні праекцыі скарасцей руху шароў пасля абсалютна пругкага ўдару пры тых жа значэннях m_1, m_2 і v_0, што і ў папярэднім прыкладзе:

$$v_{1x} = \frac{40\ \text{г} - 360\ \text{г}}{40\ \text{г} + 360\ \text{г}} \cdot 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = -1{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}};\quad v_{2x} = \frac{2 \cdot 40\ \text{г}}{40\ \text{г} + 360\ \text{г}} \cdot 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 0{,}4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Мы бачым, што ў выніку ўдару другі шар пачаў рухацца са скорасцю, большай чым пры абсалютна няпругкім удары, а ў першага шара змяніліся і модуль скорасці, і яе напрамак. Пры якой суадносіне мас скорасць першага шара не змяніла б свой напрамак? Адказ падкажуць формулы (7).

Абсалютна пругкі і абсалютна няпругкі ўдары ўяўляюць сабой два гранічныя выпадкі. У першым з іх унутраныя энергіі цел пры ўдары не змяняюцца, у другім — ва ўнутраную энергію пераходзіць максімальна магчымая пры дадзеных масах і пачатковых скарасцях частка кінетычнай энергіі.

Калі пры саўдары частка кінетычнай энергіі пераходзіць ва ўнутраную, але ўдар не з'яўляецца абсалютна няпругкім, то яго называюць *няпругкім*.

Прыклад рашэння задачы

Пакет з цэментам масай $m = 20$ кг падымаюць вертыкальна ўверх, прыкладаючы пастаянную сілу, модуль якой $F = 0{,}24$ кН. Вызначыце кінетычную энергію пакета ў момант, калі ён апынецца на вышыні $h = 2{,}0$ м ад пачатковага становішча. Пачатковая скорасць пакета роўна нулю. Супраціўленне паветра не прымаць у разлік; модуль паскарэння свабоднага падзення прыняць $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:
$m = 20$ кг
$F = 0{,}24$ кН $= 240$ Н
$h = 2{,}0$ м
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$E_{\text{к}2}$ — ?

Рашэнне

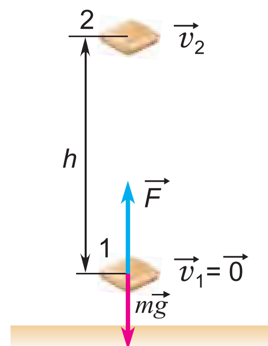
Сістэма «пакет + Зямля» не з'яўляецца замкнутай. На пакет дзейнічае знешняя сіла $\vec{F}$. Работа гэтай сілы роўна змяненню механічнай энергіі пакета пры яго руху з пункта 1 у пункт 2 (мал. 256).

$A = Fh$; $Fh = \Delta E_{\text{к}} + \Delta E_{\text{п}}$; $\Delta E_{\text{к}} = E_{\text{к}2}$, паколькі $E_{\text{к}1} = 0$; $\Delta E_{\text{п}} = mgh$.

Тады $Fh = E_{\text{к}2} + mgh$, адкуль

$E_{\text{к}2} = (F - mg)h$; $E_{\text{к}2} = (240\ \text{Н} - 200\ \text{Н}) \cdot 2{,}0\ \text{м} = 80$ Дж.

Адказ: $E_{\text{к}2} = 80$ Дж.



Мал. 256

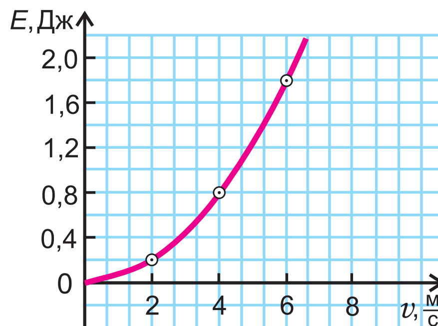
Практыкаванне 26

1. Легкавы аўтамабіль масай $m = 800$ кг рухаецца са скорасцю, модуль якой $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце кінетычную энергію аўтамабіля.

2. Кінетычная энергія кінутага вертыкальна ўверх мяча масай $m = 0{,}50$ кг у момант кідання $E_к = 20$ Дж. Вызначыце модуль скорасці руху мяча ў гэты момант. На якую максімальную вышыню падымецца мяч, калі супраціўленне паветра вельмі нязначнае? Тут і ў наступных задачах прыняць $g = 10\ \frac{м}{с^2}$.

3. Аўтобус масай $m = 12$ т пачынае рухацца з месца і рухаецца з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 0{,}5\ \frac{м}{с^2}$. Вызначыце кінетычную энергію аўтобуса праз час $t = 10$ с ад пачатку яго руху.

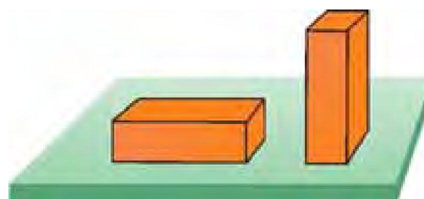
4. На малюнку 257 паказаны графік залежнасці кінетычнай энергіі цела ад модуля скорасці яго руху. Чаму роўна маса цела? Вызначыце работу, якую выканала вынікова ўсіх сіл, прыкладзеных да цела, для яго разгону ад скорасці, модуль якой $v_1 = 4\ \frac{м}{с}$, да скорасці, модуль якой $v_2 = 8\ \frac{м}{с}$.



Мал. 257

5. Камень масай $m = 400$ г кідаюць з вышыні $h = 25$ м са скорасцю, модуль якой $v_0 = 10\ \frac{м}{с}$. Вызначыце модуль скорасці руху каменя і яго кінетычную і патэнцыяльную энергіі на вышыні $h_1 = 10$ м. Супраціўленне паветра не прымаць у разлік.

6. Наколькі зменіцца патэнцыяльная энергія бруска, калі яго перавесці з гарызантальнага становішча ў вертыкальнае (мал. 258)? Маса бруска $m = 8{,}0$ кг, а яго памеры $a \times b \times c = 40 \times 25 \times 10$ см.

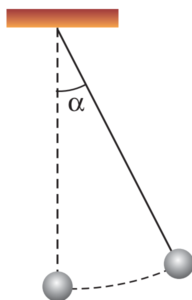


Мал. 258

7. Гіра вісіць на лёгкім гумавым шнуры, жорсткасць якога $k = 40\ \frac{Н}{м}$. Вызначыце патэнцыяльную энергію гумавага шнура, які падоўжыўся на $\Delta l_1 = 5{,}0$ см пад дзеяннем гіры. Якую работу павінна выканаць знешняя сіла, каб расцягнуць шнур яшчэ на $\Delta l_2 = 3{,}0$ см?

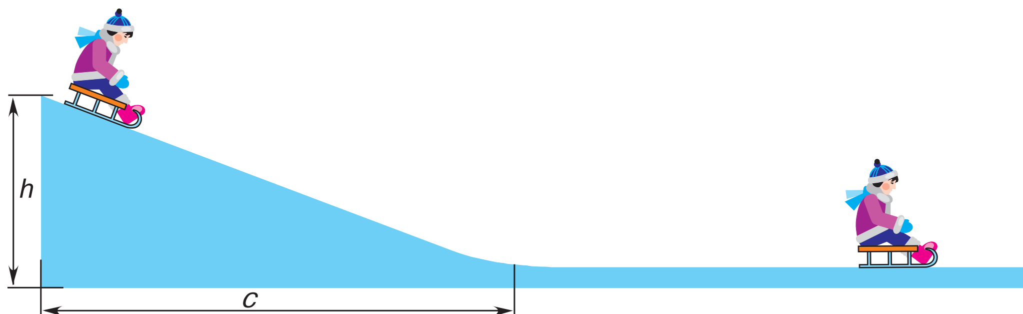
8. Да ніжняга канца лёгкай недэфармаванай спружыны прымацавалі груз масай $m = 500$ г і адпусцілі. Жорсткасць спружыны $k = 40\ \frac{Н}{м}$. Вызначыце модуль максімальнай скорасці руху грузу. Супраціўленне руху грузу не прымаць у разлік.

9. На лёгкай нерасцяжнай нітцы падвешаны жалезны шарык. Нітку з шарыкам адхіляюць ад вертыкалі на некаторы вугал (мал. 259) і адпускаюць. Вызначыце вугал адхілення ніткі ад вертыкалі, пры якім сіла нацяжэння ніткі ў ніжнім становішчы будзе ў $k = 4$ разы большая за мінімальную. Супраціўленне руху шарыка не прымаць у разлік.



Мал. 259

10. З вяршыні снежнай горкі вышынёй $h = 4,0$ м і даўжынёй асновы $c = 10,0$ м (мал. 260) на санках з'язджае дзіця. З'ехаўшы з горкі, санкі працягваюць рух па гарызантальным участку і спыняюцца. Каэфіцыент трэння палазоў санак аб снег $\mu = 0,12$. Вызначыце даўжыню гарызантальнага ўчастка руху.



Мал. 260

11. Два целы аднолькавай масы сутыкаюцца адно з адным. Якая частка механічнай энергіі ў выніку ўдару ператварылася ва ўнутраную, калі да ўдару яны рухаліся па ўзаемна перпендыкулярным напрамкам, а ўдар быў абсалютна няпругкім.

12. Шайба масай 180 г, якая слізгае па лёдзе, налятае на шайбу невядомай масы, што знаходзіцца ў спакоі. Пасля ўдару шайбы рухаюцца са скарасцямі, перпендыкулярнымі адна адной. Вызначыце масу другой шайбы, лічачы ўдар абсалютна пругкім.



13. Шары масамі $m_1 = 6$ кг, $m_2 = 2$ кг рухаліся па адной прамой насустрач адзін аднаму са скарасцямі, модулі якіх: $\upsilon_1 = 4,0\ \frac{м}{с}$, $\upsilon_2 = 3,0\ \frac{м}{с}$. У выніку саўдару скорасць другога шара змяніла свой напрамак на процілеглы, а яе модуль застаўся ранейшым. Вызначыце напрамак і модуль скорасці першага шара пасля ўдару. Знайдзіце змяненне ўнутранай энергіі сістэмы, якое адбылося ў выніку ўдару. Вызначыце сярэднюю сілу ўдару, лічачы, што яго працягласць $\Delta t = 0,02$ с. Якім быў характар удару (абсалютна пругкім, няпругкім або абсалютна няпругкім)? Адказ растлумачце.

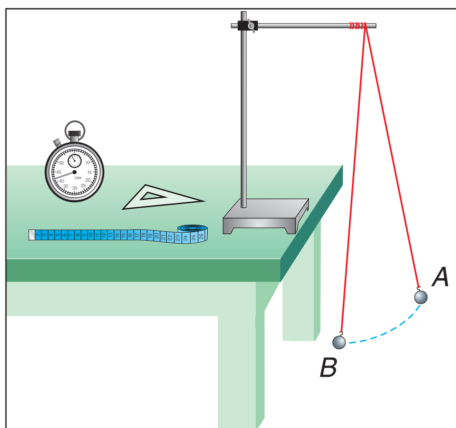
4 Лабараторны эксперымент

«Адзін дослед я стаўлю вышэй за тысячу меркаванняў, народжаных толькі ўяўленнем».

М. В. Ламаносаў



Лабараторная работа 1. *Вызначэнне абсалютнай і адноснай хібнасцей прамых вымярэнняў* (выконваецца разам з настаўнікам)



Мал. 261

Мэта: навучыцца вызначаць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў і паказваць рэзультат вымярэнняў у інтэрвальнай форме.

Абсталяванне: металічны шарык на нітцы даўжынёй $l = 1$ м, секундамер, штатыў са стрыжнем, трохвугольнік (мал. 261).

Вывад разліковых формул

Прамым называецца вымярэнне, пры якім значэнне шуканай велічыні знаходзіцца па шкале прыбора. Рэзультат любога вымярэння змяшчае хібнасць. *Сістэматычная хібнасць* звязана ў асноўным з недасканаласцю вымяральнага прыбора і акругленнямі пры адліках і вылічэннях. Пры паўтарэнні вымярэнняў сістэматычная хібнасць застаецца нязменнай.

Выпадковая хібнасць — гэта хібнасць, якая ад аднаго вымярэння да другога змяняецца непрадказальным чынам. Для вызначэння выпадковай хібнасці неабходна правесці серыю паўторных вымярэнняў.

Абсалютная хібнасць Δt вымярэнняў прамежку часу роўна:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{сіст}} + \Delta t_{\text{выпад}}. \quad (1)$$

Абсалютная сістэматычная хібнасць $\Delta t_{\text{сіст}} = \Delta t_{\text{пр}} + \Delta t_{\text{адліку}}$ вызначаецца сумай гранічнай абсалютнай хібнасці $\Delta t_{\text{пр}}$ прыбора (секундамера) і абсалютнай хібнасці адліку $\Delta t_{\text{адліку}}$.

Значэнне $\Delta t_{\text{пр}}$ бярэцца з табліцы 4. Абсалютная хібнасць адліку $\Delta t_{\text{адліку}}$ роўна палове цаны дзялення шкалы секундамера. Калі секундамер механічны, то яго стрэлка ад рыскі да рыскі рухаецца скачкамі. Яе спыненне паміж рыскамі немагчыма. Таму абсалютная хібнасць адліку $\Delta t_{\text{адліку}}$ для секундамера роўна цане дзялення яго шкалы.

Максімальнае значэнне абсалютнай выпадковай хібнасці вымярэння прамежку часу

$$\Delta t_{\text{вып}}^{\max} = \langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle \cdot k, \quad (2)$$

дзе $\langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle$ — сярэдняе значэнне абсалютнай выпадковай хібнасці.

Каэфіцыент k залежыць ад ліку паўторных вымярэнняў. Напрыклад, пры пяці паўторных вымярэннях $k = 3$, пры сямі $k = 2$, пры дзесяці і больш — $k = 1$.

Адносная хібнасць ε_t вызначае, якую частку ў працэнтах ад сярэдняга значэння вымяраемай велічыні (прамежку часу) складае значэнне абсалютнай хібнасці:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%. \qquad (3)$$

Канчатковы рэзультат запісваецца ў інтэрвальнай форме:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t;$$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%.$$

Напрыклад, $t = (5{,}0 \pm 0{,}1)$ с, тады

$$\varepsilon_t = \frac{0{,}1}{5{,}0} \cdot 100\,\% = 2\,\%.$$

Парадак выканання работы

1. Да стрыжня штатыва прымацуйце нітку з шарыкам (гл. мал. 261). Адвядзіце шарык у бок (пункт A) так, каб нітка ўтварыла з вертыкаллю вугал $\alpha = 30°$ (вызначаецца трохвугольнікам). Адпусціце шарык і, адначасова націснуўшы на кнопку секундамера, вымерайце мінімальны прамежак часу, праз які шарык зноў будзе ў пункце A.
2. Паўтарыце дослед не менш за 5 разоў.
3. Вылічыце сярэдняе значэнне прамежку часу:

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}.$$

4. Вылічыце абсалютную выпадковую хібнасць пры кожным вымярэнні і сярэдняе значэнне $\Delta t_{\text{вып}}$ пры пяці вымярэннях x:

$$\Delta t_{\text{вып}1} = \left| t_1 - \langle t \rangle \right|;$$

$$\Delta t_{\text{вып}2} = \left| t_2 - \langle t \rangle \right|;$$

$$\ldots$$

$$\Delta t_{\text{вып}5} = \left| t_5 - \langle t \rangle \right|;$$

$$\langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle = \frac{\Delta t_{\text{вып}1} + \Delta t_{\text{вып}2} + \ldots + \Delta t_{\text{вып}5}}{5}.$$

5. Вызначыце максімальнае значэнне выпадковай хібнасці:

$$\Delta t_{\text{вып}} = 3\langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle.$$

6. Вызначыце абсалютную сістэматычную хібнасць:

$$\Delta t_{\text{сіст}} = \Delta t_{\text{пр}} + \Delta t_{\text{адліку}}.$$

Гранічную абсалютную хібнасць $\Delta t_{\text{пр}}$ секундамера знайдзіце ў табліцы 4. Абсалютную хібнасць адліку $\Delta t_{\text{адліку}}$ вызначыце як цану дзялення механічнага секундамера.

7. Вылічыце абсалютную Δt хібнасць прамога вымярэння прамежку часу:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{вып}} + \Delta t_{\text{сіст}}.$$

8. Вылічыце адносную ε_t хібнасць вымярэння:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%.$$

9. Запішыце канчатковы рэзультат у інтэрвальнай форме:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t;$$
$$\varepsilon_t = ...\ \%.$$

Кантрольныя пытанні

1. Чаму нельга абсалютна дакладна вымераць прыборам фізічную велічыню?
2. Ці будзе аднолькавай адносная хібнасць вымярэння прамежку часу, калі нітку з шарыкам адхіліць на вугал 45°? Чаму?
3. Калі пры трох і больш паўторных вымярэннях дадзеным прыборам атрыманы аднолькавыя значэнні фізічнай велічыні, то чаму роўны абсалютныя выпадковая і сістэматычная хібнасці? Адносная хібнасць?

Т а б л і ц а 4. **Гранічныя абсалютныя хібнасці некаторых мер і прыбораў**

Прыборы і меры	Значэнне меры, дыяпазон вымярэнняў	Гранічная абсалютная хібнасць
Лінейкі:		
драўляныя	400, 500, 750 мм	0,5 см
пластмасавыя	200, 250, 300 мм	1 мм
Мерная стужка	150,0 см	0,3 см
Гіры для тэхнічных аналізаў	10—100 мг	1 мг
	200 мг	2 мг
	500 мг	3 мг
	1 г	4 мг
	2 г	6 мг
	5 г	8 мг
	10 г	12 мг
	20 г	20 мг
	50 г	30 мг
	100 г	40 мг

Працяг

Прыборы і меры	Значэнне меры, дыяпазон вымярэнняў	Гранічная абсалютная хібнасць
Секундамеры механічныя	30 — 60 с (адзін абарот)	1,5 цаны дзялення шкалы за адзін абарот секунднай стрэлкі
Секундамеры электрычныя	30 с	0,5 цаны дзялення шкалы за адзін абарот секунднай стрэлкі
Секундамеры электронныя	30 с	0,5 цаны дзялення

Лабараторная работа 2. *Вымярэнне паскарэння пры роўнапаскораным руху цела*

Мэта: вымераць модуль паскарэння шарыка, які рухаецца па нахіленым жолабе, і вызначыць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў шляху руху шарыка.

Абсталяванне: металічны жолаб, штатыў, стальны шарык, цыліндрычны ўпор, секундамер, мерная стужка (лінейка).

Вывад разліковых формул

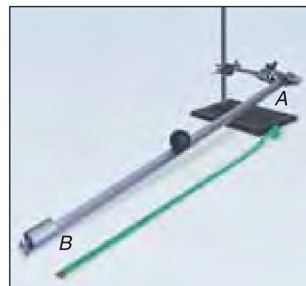
Паколькі рух шарыка па нахіленым жолабе з'яўляецца роўнапаскораным з пачатковай скорасцю $v_0 = 0$, то пройдзены за прамежак часу t шлях будзе вызначацца па формуле:

$$s = \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$

Вымераўшы пройдзены шарыкам шлях s і прамежак часу t, можна вылічыць модуль паскарэння $a = \frac{2s}{t^2}$. Няхай s роўны даўжыні жолаба l. Тады

$$a = \frac{2l}{t^2}. \quad (2)$$

Парадак выканання работы



Мал. 262

1. Замацуйце жолаб (мал. 262) у штатыве пад невялікім вуглом (5—10°) да гарызонту. У канцы жолаба пакладзіце цыліндрычны ўпор.

2. Адпусціце шарык з верхняга пункта жолаба і па гадзінніку з секунднай стрэлкай вызначыце прамежак часу ад пачатку руху да моманту саўдару шарыка з упорам.

3. Паўтарыце дослед пяць разоў, вымяраючы кожны раз прамежак часу руху шарыка.

4. Вымерайце мернай стужкай даўжыню l жолаба ад пункта A пачатку руху да цыліндрычнага ўпору B не менш за тры разы.

5. Знайдзіце сярэдняе значэнне $\langle l \rangle$, $\langle t \rangle$.

6. Вылічыце сярэдняе значэнне паскарэння шарыка па формуле:

$$\langle a \rangle = \frac{2\langle l \rangle}{\langle t \rangle^2}.$$

7. Разлічыце абсалютную хібнасць Δl прамых вымярэнняў шляху l.

8. Знайдзіце адносную хібнасць прамых вымярэнняў шляху l па формуле:

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{\langle l \rangle} \cdot 100\,\%.$$

9. Запішыце рэзультаты прамых вымярэнняў шляху l у інтэрвальнай форме:

$$l = (\langle l \rangle \pm \Delta l)\ \text{см},\ \varepsilon_l = \ldots\ \%.$$

Кантрольныя пытанні

1. Што ўяўляе сабой модуль перамяшчэння шарыка? Як накіраваны вектар перамяшчэння?
2. Ці будуць роўнымі сярэднія скорасці руху шарыка на першай і другой паловах шляху? Чаму?

Суперзаданне. У колькі разоў адрозніваюцца прамежкі часу руху шарыка на першым і апошнім сантыметрах шляху?

Лабараторная работа 3. Вывучэнне заканамернасцей роўнапаскоранага руху

Мэта: выкарыстоўваючы страбаскапічную фатаграфію роўнапаскоранага руху цела, вызначыць модулі паскарэння і імгненнай скорасці, суадносіны шляхоў, што праходзіць цела за роўныя паслядоўныя прамежкі часу.

Абсталяванне: страбаскапічная фатаграфія, лінейка (мал. 263, *а*).

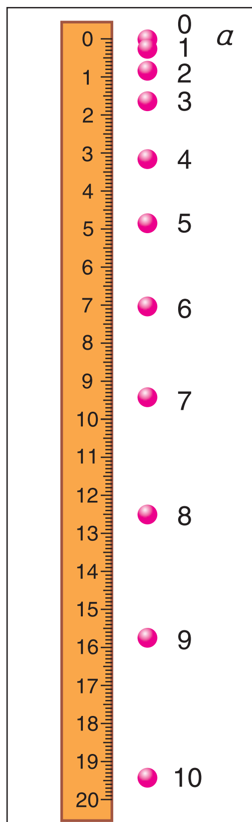
Вывад разліковых формул

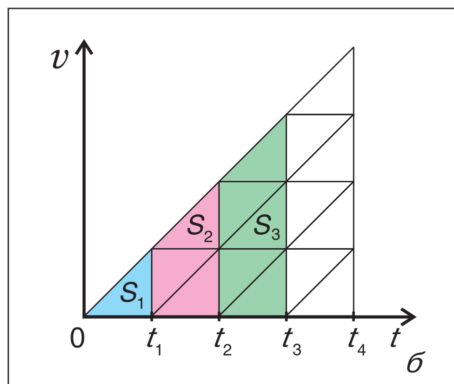
Цела, якое рухаецца роўнапаскорана са стану спакою, за прамежак часу t праходзіць шлях, роўны

$$s = \frac{at^2}{2}. \qquad (1)$$

Вымераўшы шлях s і ведаючы прамежак часу руху t, можна вылічыць паскарэнне:

$$a = \frac{2s}{t^2}. \qquad (2)$$





Мал. 263

Модуль імгненнай скорасці роўнапаскоранага руху цела без пачатковай скорасці ($v_0 = 0$) змяняецца па законе

$$v = at. \qquad (3)$$

Калі ва ўраўненні (1) пазбавіцца ад параметра t, выразіўшы яго з формулы (3), атрымаем:

$$s = \frac{v^2}{2a}.$$

Тады, вымераўшы s, можна вызначыць скорасць у дадзеным пункце траекторыі:

$$v = \sqrt{2as}. \qquad (4)$$

З графіка скорасці (мал. 263, *б*) роўнапаскоранага руху цела знойдзем суадносіну шляхоў, якія праходзіць цела за роўныя паслядоўныя прамежкі часу.

З графіка вынікае: $s_1 : s_2 : s_3 : s_4 : ... : s_n = 1 : 3 : 5 : 7 : ... : (2n - 1)$, дзе $n = 1, 2, 3, 4, ...$.

Шляхі, якія праходзіць цела за роўныя паслядоўныя прамежкі часу пры прамалінейным роўнапаскораным руху без пачатковай скорасці, адносяцца як рад няцотных лікаў.

Парадак выканання работы

1. Разгледзьце ўважліва малюнак, на якім паказаны паслядоўныя становішчы шарыка, што рухаецца роўнапаскорана, праз 0,02 с.

Лічбай 0 абазначана пачатковае становішча шарыка ($t_0 = 0{,}00$ с).

2. Разлічыце прамежкі часу, праз якія шарык будзе ў становішчах *1, 2, 3, 4, ..., 10*.

3. Па міліметровай шкале лінейкі вызначыце шлях, які праходзіць шарык (напрыклад, да становішча *10*), і прамежак часу t. Па формуле (2) вылічыце паскарэнне.

4. Выканайце заданне 3 яшчэ для двух становішчаў (*5*, *8*) шарыка і вызначыце модуль паскарэння a. Параўнайце рэзультаты і зрабіце вывады.

5. Выкарыстоўваючы формулу (4), вызначыце модуль імгненнай скорасці руху шарыка ў становішчах *5*, *8*, *10*.

6. Па атрыманых значэннях пабудуйце графік залежнасці модуля скорасці ад часу руху.

7. Па шкале лінейкі знайдзіце шляхі s_4, s_7, s_{10}, якія праходзіць шарык за 0,02 с на ўчастках *3—4*, *6—7*, *9—10*, і іх адносіны: $s_4 : s_7 : s_{10}$. Параўнаўшы гэтыя адносіны з адпаведнымі адносінамі няцотных лікаў 7 : 13 : 19, зрабіце вывады.

Кантрольныя пытанні

1. Якія становішчы шарыка (у верхняй або ніжняй частках здымка) больш мэтазгодна браць для вызначэння паскарэння? Чаму?
2. У якім судачыненні будуць модулі перамяшчэнняў шарыка за роўныя паслядоўныя прамежкі часу?
3. Што ўяўляе сабой графік залежнасці шляху ад часу руху шарыка са стану спакою? Начарціце графік.

Суперзаданне. Выведзіце формулу $v_2^2 - v_1^2 = 2as$ для роўнапаскоранага руху і праверце яе выкананне для любых двух становішчаў шарыка.

Лабараторная работа 4. *Вывучэнне руху цела па акружнасці*

М э т а: вызначыць перыяд абарачэння, модулі цэнтраімклівага паскарэння, вуглавой і лінейнай скарасцей пры руху цела па акружнасці са скорасцю, модуль якой пастаянны; разлічыць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў прамежку часу руху цела.

А б с т а л я в а н н е: штатыў з лапкай або кольцам, нітка, два лісты паперы, прыклееныя адзін на адзін (на лістах начэрчана акружнасць радыусам 10 см), металічны шарык, секундамер, лінейка.

Вывад разліковых формул

Рух цела (матэрыяльнага пункта) па акружнасці радыусам R са скорасцю, модуль якой пастаянны, характарызуецца:

а) вуглавой скорасцю, модуль якой вызначаецца як

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \qquad (1)$$

дзе T — перыяд абарачэння цела. Модулі лінейнай v і вуглавой ω скарасцей звязаны судачыненнем:

$$v = \omega R; \qquad (2)$$

б) цэнтраімклівым (нармальным) паскарэннем, модуль якога

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

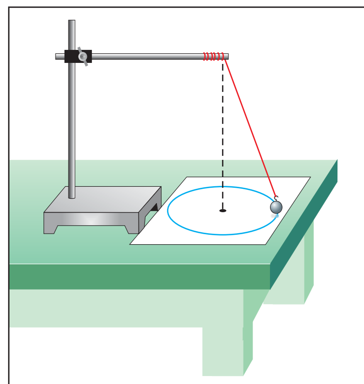
З улікам формул (1) і (2)

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \qquad (3)$$

Вымераўшы перыяд абарачэння T шарыка, можна вызначыць a, ω і v.

Парадак выканання работы

1. Нітку даўжынёй 40—45 см прывяжыце адным канцом да шарыка, а другім — да лапкі або кольца штатыва. Ліст паперы пакладзіце так, каб цэнтр начэрчанай на ім акружнасці знаходзіўся пад цэнтрам (мал. 264) шарыка. Узяўшыся за нітку паблізу пункта падвесу, прымусьце шарык рухацца па акружнасці. Невялікай трэніроўкай дабіцеся таго, каб шарык рухаўся над акружнасцю, начэрчанай на лісце паперы.



Мал. 264

2. З дапамогай секундамера вызначыце прамежак часу t, за які шарык выканае $N = 10$ абаротаў. Для чаго адзін з вучняў фіксуе пачатак адліку часу словам «нуль», а другі з гэтага моманту пачынае ўголас лічыць абароты руху шарыка. Пасля выканання шарыкам 10 абаротаў адлік часу спыняецца. Дослед паўтарыце пяць разоў. Рэзультаты вымярэнняў запішыце ў табліцу.

Разлічыце сярэдняе значэнне часу $\langle t \rangle$.

Разлічыце сярэдняе значэнне перыяду абарачэння $\langle T \rangle$ шарыка:

$$\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{N}.$$

3. Знайдзіце сярэдняе значэнне модуля паскарэння па формуле:

$$\langle a \rangle = \frac{4\pi^2 R}{\langle T \rangle^2}.$$

4. Вызначыце, выкарыстоўваючы формулы (1) і (2), сярэднія значэнні модуляў вуглавой і лінейнай скарасцей.

5. Аналагічна, як у лабараторнай рабоце 2, разлічыце абсалютную Δt і адносную ε_t хібнасці прамых вымярэнняў прамежку часу руху шарыка. Рэзультат прамых вымярэнняў прамежку часу t запішыце ў інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Як змяняецца лінейная скорасць $\vec{v}$ пры руху шарыка па акружнасці, калі модуль скорасці $v = \text{const}$?
2. Як даказаць судачыненне $v = \omega R$?
3. Як залежыць перыяд абарачэння T шарыка ад модуля яго лінейнай скорасці?

Суперзаданне. Вызначыце паскарэнне матэрыяльнага пункта пры яго руху па акружнасці, калі за $\Delta t = 1$ с ён прайшоў $\frac{1}{6}$ даўжыні акружнасці з лінейнай скорасцю, модуль якой $v = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}} = \text{const}$.

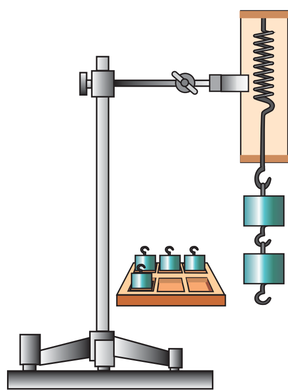
Лабараторная работа 5. *Праверка закону Гука*

Мэта: вымераць жорсткасць спружыны, праверыць для яе выкананне закону Гука.

Абсталяванне: штатыў, дынамометр са шкалой, закрытай міліметровай паперай, набор грузаў масай па 100 г.

Вывад разліковых формул

Калі да спружыны (мал. 265) з пачатковай даўжынёй l_0 падвесіць груз масай m, то пад дзеяннем вагі грузу спружына падаўжаецца. Яе даўжыня будзе роўна l, а абсалютнае падаўжэнне $x = l - l_0$.



Мал. 265

На груз, які знаходзіцца ў спакоі, дзейнічаюць дзве сілы, што кампенсуюць адна адну, — сіла цяжару $m\vec{g}$ і пругкасці $\vec{F}_{\text{пр}}$:

$$F_{\text{пр}} = mg.$$

Паколькі па законе Гука $F_{\text{пр}} = k|x|$, то жорсткасць спружыны:

$$k = \frac{mg}{|x|}.$$

Парадак выканання работы

1. Збярыце ўстаноўку па малюнку 265, закрыўшы шкалу дынамометра міліметровай паперай.

2. Адзначце на паперы становішча стрэлкі-паказальніка ненагружанай спружыны рысай з лічбай 0.

3. Падвесьце да спружыны адзін груз масай $m = 100$ г і адзначце становішча стрэлкі-паказальніка рысай з лічбай *1*. Вымерайце адлегласць паміж лічбамі 0—1. Гэта і ёсць абсалютнае падаўжэнне x_1 спружыны пад дзеяннем грузу. Паўтарыце вымярэнні x_1 тры разы.

4. Выканайце заданне 3, падвесіўшы да спружыны пачаргова 2, 3, 4 грузы. Вызначыўшы адпаведныя абсалютныя падаўжэнні спружыны x_2, x_3, x_4, запішыце даныя ў табліцу.

5. Выкарыстоўваючы метад падліку лічбаў (гл. Дадатак), разлічыце сілу пругкасці спружыны $F_{пр} = mg$ $\left(g = 9{,}81\,\frac{м}{с^2}\right)$ пры падвешванні аднаго, двух, трох і чатырох грузаў і запішыце даныя разлікаў у табліцу.

Колькасць грузаў	Маса грузу m, кг	Сіла пругкасці $F_{пр}$, Н	Абсалютнае падаўжэнне $\lvert x \rvert$, м			
			Паўторныя вымярэнні			
			x_1	x_2	x_3	$\langle x \rangle$
1						
2						
3						
4						

6. Для знаходжання $\langle k \rangle$ пабудуйце графік залежнасці сілы пругкасці $F_{пр}$ ад абсалютнага падаўжэння $\lvert x \rvert$ пры рознай колькасці грузаў.

7. Выбраўшы пункт C на графіку так, каб сіла $F_{прC}$ і падаўжэнне x_C былі па магчымасці большымі, але не выходзілі за інтэрвалы вымярэння сілы, вызначыце сярэдняе значэнне $\langle k \rangle$:

$$\langle k \rangle = \frac{F_{прC}}{x_C}.$$

Кантрольныя пытанні

1. Да чаго прыкладзены сіла пругкасці спружыны і вага грузу?
2. Ці для любой колькасці грузаў будзе выконвацца прама прапарцыянальная залежнасць сілы пругкасці $F_{пр}$ ад абсалютнага падаўжэння x? Чаму?

Суперзаданне. Як зменіцца жорсткасць спружыны, калі яе даўжыню паменшыць на адну трэць?

Лабараторная работа 6. *Вымярэнне каэфіцыента трэння слізгання*

Мэта: вымераць каэфіцыент трэння слізгання дрэва па дрэве.

Абсталяванне: драўляны брусок, дошка, грузы масай $m = 100$ г кожны, штатыў, мерная стужка (лінейка).

Вывад разліковых формул

Калі драўляны брусок рухаецца раўнамерна па дошцы (мал. 266, *а*), то вектарная сума ўсіх сіл, што дзейнічаюць на яго, роўна нулю.

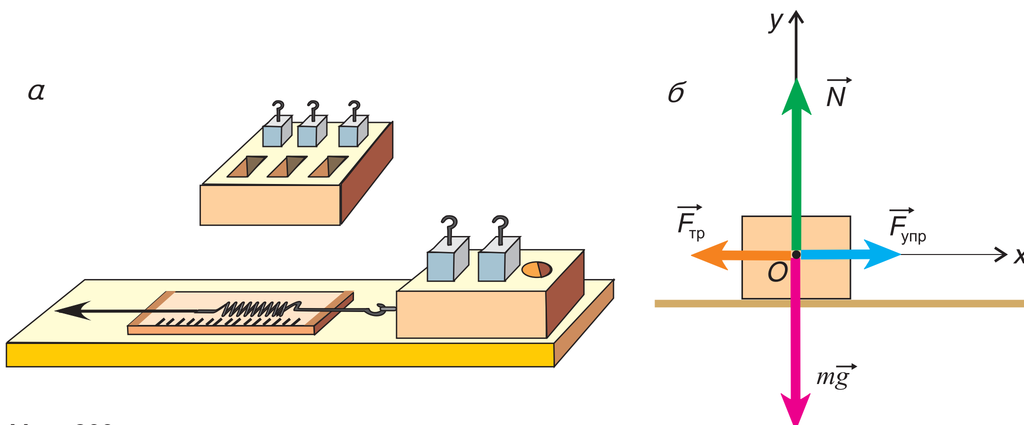
На брусок дзейнічаюць сілы пругкасці спружыны дынамометра $\vec{F}_{пр}$, трэння $\vec{F}_{тр}$, цяжару $m\vec{g}$ і рэакцыі апоры $\vec{N}$ (мал. 266, *б*):

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_{пр} = 0. \quad (1)$$

У праекцыі на вось Ox ураўненне (1) прыме від:

$$-F_{тр} + F_{пр} = 0, \text{ або } F_{тр} = F_{пр}. \quad (2)$$

Але модуль сілы трэння $F_{тр} = \mu N$.



Мал. 266

Сілу рэакцыі N можна вызначыць, знайшоўшы праекцыі ўсіх сіл ва ўраўненні (1) на вось Oy:

$$-mg + N = 0;$$
$$mg = N.$$

Тады сіла трэння $F_{\text{тр}} = \mu mg$. Значыць, каэфіцыент трэння слізгання:

$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{mg} = \frac{F_{\text{пр}}}{mg}. \qquad (3)$$

Парадак выканання работы

1. З дапамогай дынамометра вымерайце вагу бруска. Вымярэнні паўтарыце не менш за 3 разы. Рэзультаты запішыце ў табліцу.

2. На брусок пакладзіце груз, прымацуйце дынамометр і раўнамерна перамяшчайце брусок па дошцы. Вымерайце сілу пругкасці $F_{\text{пр}}$ спружыны дынамометра. Дослед паўтарыце не менш за 5 разоў. Рэзультаты вымярэнняў запішыце ў табліцу.

3. Доследы 1—2 паўтарыце з двума, трыма грузамі. Даныя запішыце ў табліцу.

Колькасць грузаў	P, Н			$\langle P \rangle$, Н	$F_{\text{тр}}$, Н					$\langle F_{\text{тр}} \rangle$, Н
	Паўторныя вымярэнні				Паўторныя вымярэнні					
1										
2										
3										

4. Знайдзіце сярэднія значэнні $\langle P \rangle$ і $\langle F_{\text{тр}} \rangle$ у доследах з 1, 2 і 3 грузамі.

5. Пабудуйце графік залежнасці $\langle F_{\text{тр}} \rangle$ ад $\langle P \rangle$ бруска з грузамі. Па графіку вызначыце сярэдняе значэнне каэфіцыента трэння μ (па аналогіі з пунктам 7) лабараторнай работы 5:

$$\langle \mu \rangle = \frac{F_{\text{тр}C}}{P_C}.$$

6. Па метадзе вызначэння цаны (гл. Дадатак) дзялення разлічыце абсалютную ΔP і адносную ε_P хібнасці прамых вымярэнняў вагі бруска з грузамі. Запішыце канчатковы рэзультат прамых вымярэнняў вагі ў інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Што паказвае каэфіцыент трэння слізгання?
2. Чаму каэфіцыент трэння слізгання з'яўляецца безразмернай велічынёй?
3. Ад чаго залежыць каэфіцыент трэння слізгання?

Суперзаданне. Як з дапамогай лінейкі, бруска з грузамі і нахіленай дошкі вызначыць каэфіцыент трэння слізгання дрэва па дрэве?

Лабараторная работа 7. *Вывучэнне руху цела, кінутага гарызантальна*

Мэта: вымераць пачатковую скорасць, нададзеную целу ў гарызантальным напрамку пры яго руху пад дзеяннем сілы цяжару.

Абсталяванне: штатыў з лапкай, шарык, латок, лісты белай і капіравальнай паперы, лінейка.

Вывад разліковых формул

Цела, кінутае гарызантальна, рухаецца па ўчастку парабалы (мал. 267), прымаючы ўдзел у двух рухах: раўнамерным па гарызанталі і роўнапаскораным з паскарэннем $\vec{g}$ па вертыкалі. Скорасць раўнамернага руху роўна $\vec{v}_0$. Яе модуль можна вызначыць, ведаючы далёкасць палету l і час руху t:

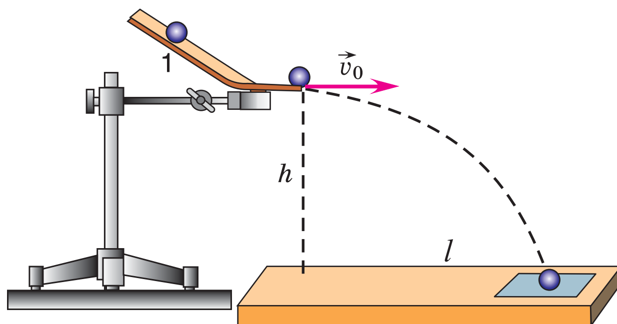
$$v_0 = \frac{l}{t}. \qquad (1)$$

Пры роўнапаскораным руху па вертыкалі $h = \frac{gt^2}{2}$, адкуль

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (2)$$

Тады, падставіўшы формулу (2) у формулу (1), атрымаем:

$$v_0 = l\sqrt{\frac{g}{2h}}. \qquad (3)$$



Мал. 267

Парадак выканання работы

1. Замацуйце ў штатыве латок так, каб яго загнуты канец быў размешчаны гарызантальна (гл. мал. 267).

2. Адзначце крэйдай становішча на латку, адкуль будзеце пускаць шарык. Зрабіце спрабавальны дослед і заўважце, у які пункт стала ўпаў шарык. Пакладзіце ліст капіравальной паперы на ліст белай у месцы падзення шарыка. Ліст белай паперы спачатку зафіксуйце.

3. Пакладзіце шарык на латок там, дзе праведзена метка, і адпусціце яго. Адзначце на белым лісце лічбай *1* пункт прызямлення шарыка.

4. Паўтарыце дослед не менш за 5 разоў, адзначаючы кожны раз пункты прызямлення шарыка лічбамі *1*, *2*, *3*, *4*, *5*. Ліст паперы пры гэтым не павінен зрушвацца.

5. Вымерайце ва ўсіх пяці доследах вышыню падзення і далёкасць палёту шарыка. Даныя запішыце ў табліцу.

№ доследу	h, м	l, м
1		
2		
3		
4		
5		
Сярэдняе значэнне		

6. Знайдзіце сярэдняе значэнне $\langle h \rangle$ і $\langle l \rangle$.

7. Вылічыце сярэдняе значэнне скорасці $\langle v_0 \rangle$ па формуле:

$$\langle v_0 \rangle = \langle l \rangle \sqrt{\frac{g}{2\langle h \rangle}}, \quad g = 9{,}81\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

8. Разлічыце абсалютную Δl і адносную ε_l хібнасці прамых вымярэнняў далёкасці палёту шарыка.

Рэзультат прамых вымярэнняў l запішыце ў інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Чаму траекторыя руху цела, кінутага гарызантальна, скрыўляецца?
2. Як накіраваны вектар імгненнай скорасці ў розных пунктах траекторыі руху цела, кінутага гарызантальна?
3. Ці з'яўляецца крывалінейны рух шарыка рухам з пастаянным паскарэннем? Чаму?

Суперзаданне. Выкарыстоўваючы рэзультаты работы, вызначыце канчатковую скорасць шарыка (у момант судакранання яго з лістом паперы). Які вугал з паверхняй ліста ўтварае гэта скорасць?

Лабараторная работа 8. *Праверка закону захавання імпульсу*

Мэта: вымераць імпульсы сістэмы да ўзаемадзеяння і пасля ўзаемадзеяння цел, якія ўваходзяць у яе; праверыць выкананне закону захавання імпульсу.

Абсталяванне: штатыў з лапкай, латок, два шары аднолькавага аб'ёму і рознай масы, лісты белай і капіравальнай паперы, лінейка, вагі, разнавагі.

Вывад разліковых формул

Шар масай m_1, скочваючыся з латка (становішча *1*), канец якога размешчаны гарызантальна (мал. 268), набывае на канцы руху па латку гарызантальную скорасць $\vec{v}_1$, а значыць, і імпульс $\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1$.

Праекцыю скорасці v_{1x} на вось Ox лёгка вызначыць, вымераўшы далёкасць палёту l і вышыню h:

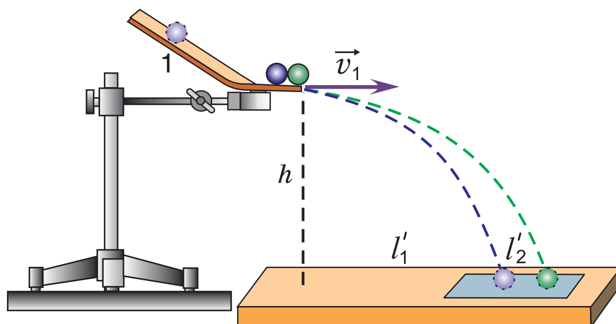
$$v_{1x} = l_1\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (1)$$

Тады праекцыя імпульсу першага шара на вось Ox будзе:

$$p_{1x} = m_1 l_1\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (2)$$

Змесцім на краі латка другі шар масай m_2, імпульс якога $\vec{p}_2 = \vec{0}$ ($\vec{v}_2 = \vec{0}$), а першаму шару дадзім магчымасць рухацца з таго ж самага становішча *1* (становішча *1* адзначана крэйдай).

Першы шар, які мае на канцы латка гарызантальна накіраваны імпульс p_{1x}, узаемадзейнічае з другім шарам, што ляжыць нерухома. Пасля ўзаемадзеяння



Мал. 268

абодва шары маюць скорасці v'_{1x} і v'_{2x}, накіраваныя гарызантальна, а значыць, і імпульсы $p'_{1x} = m_1 v'_{1x}$ і $p'_{2x} = m_2 v'_{2x}$. Паколькі знешнія сілы, што дзейнічаюць на шары (цяжару і рэакцыі апоры), скампенсаваны, то для сістэмы двух шароў выконваецца закон захавання імпульсу:

$$p_{1x} = p'_{1x} + p'_{2x}, \tag{3}$$

або

$$m_1 v_{1x} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x}. \tag{4}$$

Падставіўшы ў (4) праекцыі скарасцей (формула 1), атрымаем

$$m_1 l_1 = m_1 l'_1 + m_2 l'_2. \tag{5}$$

Парадак выканання работы

1. Вымерайце масы m_1 і m_2 шароў на вагах, паўтарыўшы вымярэнні 3 разы.

2. Замацуйце латок у лапцы штатыва так, каб канец латка быў размешчаны гарызантальна на вышыні $h = 15$ см ад паверхні стала.

3. Зрабіўшы крэйдай метку на латку, адпусціце з гэтага становішча шар большай масы m_1 і паназірайце, у якім месцы стала прызямліцца шар. Пакладзіце там ліст белай паперы, зафіксаваўшы яго, а зверху — ліст капіравальнай паперы.

4. Змясціце першы шар (масай m_1) на метку і адпусціце. Па метцы на белым лісце вызначыце далёкасць палёту l_1. Дослед паўтарыце 5 разоў, даныя запішыце ў табліцу. Знайдзіце сярэдняе значэнне $\langle l_1 \rangle$.

5. Размясціце на краі латка другі шар меншай масы і адпусціце яго з таго ж месца, што і ў заданні 3. Па метках на белым лісце знайдзіце далёкасці палётаў шароў l'_1 і l'_2. Дослед паўтарыце 5 разоў і знайдзіце сярэднія значэнні $\langle l'_1 \rangle$ і $\langle l'_2 \rangle$. Усе даныя запішыце ў табліцу.

№ доследу	m_1, кг	m_2, кг	l_1, м	l'_1, м	l'_2, м
1					
2					
3					
4					
5					
Сярэдняе значэнне					

6. Праверце выкананне закону захавання імпульсу, падставіўшы значэнні $\langle m_1 \rangle$, $\langle m_2 \rangle$, $\langle l_1 \rangle$, $\langle l_1' \rangle$, $\langle l_2' \rangle$ у формулу (5).

7. Вызначыце абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў далёкасці палёту аднаго з шароў. Рэзультаты прамых вымярэнняў далёкасці палёту шара запішыце ў інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Як накіраваны імпульс цела?
2. Пры якіх умовах выконваецца закон захавання імпульсу?
3. Чаму для сістэмы двух шароў можна прымяняць закон захавання імпульсу?

Суперзаданне. Ці можна сцвярджаць, што сумарны імпульс шароў не будзе змяняцца і пры іх далейшым палёце па парабалічнай траекторыі амаль да саўдару з паверхняй стала? Адказ абгрунтуйце.

Лабараторная работа 9. *Праверка закону захавання механічнай энергіі*

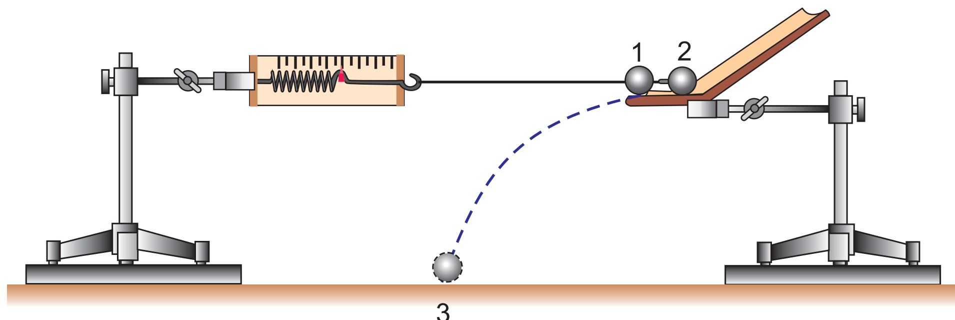
Мэта: праверыць выкананне закону захавання механічнай энергіі.

Абсталяванне: два штатывы, латок, шар на нітцы, дынамометр, лісты белай і капіравальнай паперы, лінейка, вагі, разнавагі.

Вывад разліковых формул

Калі расцягнутая спружына (мал. 269), якая валодае патэнцыяльнай энергіяй $E_п$, узаемадзейнічае з целам, то пры пераходзе ў недэфармаваны стан патэнцыяльная энергія спружыны пры адсутнасці супраціўлення руху цалкам ператвараецца ў кінетычную энергію $E_к$ цела:

$$E_п = E_к. \quad (1)$$



Мал. 269

$$E_п = \frac{kx^2}{2}. \qquad (2)$$

$$E_к = \frac{mv^2}{2}. \qquad (3)$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}. \qquad (4)$$

Паколькі $k|x| = F_{пр}$ — сіла пругкасці спружыны, то

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{F_{пр}|x|}{2}. \qquad (5)$$

Скорасць цела можна вызначыць па далёкасці яго палёту l і вышыні падзення h: $v^2 = \frac{l^2 g}{2h}$ (вывад формулы гл. у лабараторнай рабоце 8).

Тады

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{ml^2 g}{4h}. \qquad (6)$$

З улікам (5) і (6) формула (4) прыме від:

$$\frac{F_{пр}|x|}{2} = \frac{ml^2 g}{4h}, \text{ або } F_{пр}|x| = \frac{ml^2 g}{2h}. \qquad (7)$$

Формулу (7) можна праверыць эксперыментальна.

Парадак выканання работы

1. Вымерайце на вагах масу шара.

2. Замацуйце на штатывах латок і дынамометр на аднолькавай вышыні $h \approx 30$ см ад паверхні стала. Нітку даўжынёй 40—45 см адным канцом прывяжыце да кручка дынамометра, а другім — да шара (гл. мал. 269). Адлегласць паміж штатывамі павінна быць такой, каб шар знаходзіўся на самым краі гарызантальнай часткі латка пры недэфармаванай спружыне дынамометра і гарызантальным становішчы ненацягнутай ніткі.

3. У мяркуемым месцы *3* падзення шара пакладзіце ліст белай паперы і зверху ліст капіравальнай. Адвядзіце шар у становішча *2* так, каб паказанні дынамометра былі $F_{пр} = 2{,}0$ Н. Адпусціце шар і адзначце месца яго падзення на стале па метцы на лісце белай паперы (становішча *3*). Дослед паўтарыце 5 разоў. Вымерайце далёкасць палёту шара ва ўсіх 5 доследах.

4. Вымерайце лінейкай абсалютную дэфармацыю спружыны $|x|$ пры сіле пругкасці $F_{пр} = 2{,}0$ Н. Усе даныя запішыце ў табліцу.

№ доследу	m, кг	h, м	l, м	$\lvert x \rvert$, м
1				
2				
3				
4				
5				
Сярэдняе значэнне				

5. Вызначыце сярэднія значэнні $\langle h \rangle$, $\langle l \rangle$ і $\langle x \rangle$.

6. Падстаўце $\langle h \rangle$, $\langle l \rangle$ і $\langle x \rangle$ у формулу (7) і праверце выкананне закону захавання энергіі.

7. Разлічыце абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў адной з велічынь (h, l, x) і запішыце рэзультат у інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Якую энергію называюць механічнай?
2. Пры якіх умовах выконваецца закон захавання механічнай энергіі?
3. Чым можна растлумачыць толькі прыбліжаную роўнасць патэнцыяльнай энергіі спружыны і кінетычнай энергіі шара?

Суперзаданне. Якую спружыну (з большай або з меншай жорсткасцю) лепш выкарыстоўваць у рабоце для больш дакладнага выканання закону захавання механічнай энергіі? Чаму?

Дадатак

Апрацоўка рэзультатаў вымярэнняў. Ацэнка хібнасцей

Уводзіны

Вымярэннем называецца знаходжанне эксперыментальным шляхам (з дапамогай вымяральных сродкаў) значэння фізічнай велічыні.

Пры выкананні лабараторных работ вы сустрэнецеся з двума відамі вымярэнняў: *прамымі* і *ўскоснымі*.

Прамым называецца вымярэнне, пры якім значэнне шуканай велічыні вызначаецца непасрэдна адлікам па шкале прыбора.

Ускоснае вымярэнне — гэта вымярэнне, пры якім значэнне вызначаемай велічыні знаходзіцца па формуле як функцыя іншых велічынь.

Рэзультат любога вымярэння з'яўляецца прыблізным, г. зн. змяшчае хібнасць. Прычын хібнасці многа: недасканаласць вымяральных прыбораў, акругленні пры адліках і вылічэннях, уплыў знешніх фактараў (штуршкі, змяненне тэмпературы, ціску і да т. п.) і інш. Таму бяссэнсава разлічваць на атрыманне дакладнага (без хібнасці) рэзультату.

1. Выпадковыя і сістэматычныя хібнасці. Промахі

Выпадковымі называюць такія хібнасці, якія ад доследу да доследу змяняюцца непрадказальным чынам. Выпадковую хібнасць пры адным вымярэнні выявіць нельга. Трэба правесці серыю паўторных вымярэнняў (пры аднолькавых пачатковых умовах доследу). Шматкратнае паўтарэнне доследу дазваляе паменшыць уплыў выпадковых хібнасцей на канчатковы рэзультат вымярэнняў.

Калі пры паўторных вымярэннях атрымліваецца адзін і той жа рэзультат, то гэта не азначае, што выпадковай хібнасці няма. Проста адчувальнасць прыбора такая нізкая, што выпадковая хібнасць не праяўляецца.

Сістэматычныя хібнасці — гэта хібнасці, якія пры паўтарэнні вымярэння застаюцца пастаяннымі. Гэтыя хібнасці звязаны ў асноўным з недасканаласцю вымяральнай тэхнікі, прыбліжанай методыкай вымярэнняў і апрацоўкі рэзультатаў.

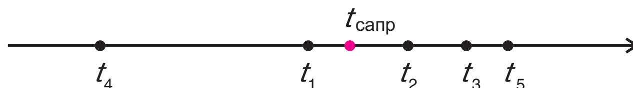
Промахі — грубыя памылкі, якія намнога пераўзыходзяць чаканую пры дадзеных умовах хібнасць. Яны выклікаюцца няўважлівасцю пры зняцці рэзультату, няспраўнасцю прыбора або рэзкім змяненнем умоў доследу.

Каб пазбегнуць промаху, неабходна адну і тую ж выпадковую велічыню вымяраць некалькі разоў і рэзультат, які рэзка адрозніваецца ад іншых (г. зн. промах), адкінуць.

2. Абсалютная і адносная хібнасці

Няхай мы з дапамогай секундамера вымяраем прамежак часу t руху шарыка па жолабе. Правёўшы пяць паўторных вымярэнняў, мы атрымалі розныя значэнні t_1, t_2, t_3, t_4, t_5. Гэта прыбліжаныя значэнні. Дапусцім, што сапраўднае значэнне прамежку часу руху $t_{\text{сапр}}$ (мал. 270), г. зн. вымераныя значэнні адхіляюцца ад сапраўднага як у большы бок (t_2, t_3, $t_5 > t_{\text{сапр}}$), так і ў меншы (t_1, $t_4 < t_{\text{сапр}}$). **Модуль максімальнага адхілення атрыманага рэзультату вымярэння ад сапраўднага значэння велічыні называецца максімальнай абсалютнай хібнасцю або верхняй мяжой хібнасці.** У дадзеным прыкладзе яна абазначаецца Δt:

$$\Delta t = \left| t_4 - t_{\text{сапр}} \right|,$$



Мал. 270

паколькі менавіта значэнне t_4 найбольш значна адрозніваецца ад $t_{\text{сапр}}$.

У большасці выпадкаў сапраўднае значэнне $t_{\text{сапр}}$ велічыні невядомае. Але каб выканаць шматкратныя вымярэнні і знайсці сярэдняе значэнне вымеранай велічыні $\langle t \rangle = \frac{(t_1 + t_2 + \ldots + t_n)}{n}$, то, чым большы лік n вымярэнняў, тым больш бліжэйшае сярэдняе значэнне велічыні да яе сапраўднага значэння.

Тады канчатковы рэзультат вымярэнняў прамежку часу трэба запісаць наступным чынам:

$$\langle t \rangle - \Delta t \leqslant t_{\text{сапр}} \leqslant \langle t \rangle + \Delta t,$$

або

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t.$$

Адносная хібнасць ε вызначае, якую частку ў працэнтах ад вымяраемай велічыні складае абсалютная хібнасць:

$$\varepsilon = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\ \%.$$

Напрыклад, калі сярэдняе значэнне прамежку часу скочвання шарыка з нахіленага жолаба $\langle t \rangle = 16{,}12$ с вызначана з дакладнасцю да $\Delta t = 0{,}08$ с, то адносная хібнасць:

$$\varepsilon = \frac{0{,}08}{16{,}12} \cdot 100\ \% \approx 0{,}5\ \%.$$

Канчатковы рэзультат трэба запісваць наступным чынам:

$$t = (16{,}12 \pm 0{,}08)\ \text{с};\ \varepsilon = 0{,}5\ \%.$$

3. Дакладныя і прыбліжаныя лікі

Пры апрацоўцы рэзультатаў вымярэнняў трэба адрозніваць дакладныя і прыбліжаныя лікі і ведаць правілы дакладных і прыбліжаных вылічэнняў.

Дакладныя лікі — гэта лікавыя каэфіцыенты; паказчыкі ступені ў формулах; каэфіцыенты, якія паказваюць кратнасць і дольнасць адзінак вымярэння, і інш. Напрыклад, у формуле $h = \frac{gt^2}{2}$ каэфіцыент $\frac{1}{2}$ і паказчык ступені 2 — дакладныя лікі. Або 4 км = 4 · 1000 м, 1 с = $\frac{1}{3600}$ г. Каэфіцыенты 1000, $\frac{1}{3600}$ — дакладныя лікі.

Прыбліжанымі лікамі з'яўляюцца рэзультаты вымярэння велічынь, таблічныя значэнні велічынь, а таксама акругленыя значэнні дакладных лікаў. Значэнні хібнасцей — таксама прыбліжаныя лікі.

Напрыклад, значэнне вышыні $h = 10{,}2$ см, якое вымерана лінейкай; паскарэнне свабоднага падзення $g = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, значэнне абсалютнай хібнасці $\Delta t = 0{,}08$ с; адносная хібнасць $\varepsilon = 0{,}5$ %.

4. Значныя лічбы

Усе лічбы ліку, акрамя нулёў, якія стаяць на пачатку ліку, называюцца **значнымі**. Напрыклад, у ліках 9,8; 1005; $0{,}001 = 1 \cdot 10^{-3}$ лік значных лічбаў адпаведна роўны: 2, 4 і 1.

У дакладных ліках лік значных лічбаў можа быць бясконца вялікім. Напрыклад, лік 2 можна запісаць і як 2,0; 2,00; 2,000 і г. д. Усе лічбы ў гэтых запісах значныя.

Пры запісе ліку ў стандартнай форме першую значную лічбу ставяць у разрад адзінак, а астатнія — у дзесятковыя разрады пасля коскі. Напрыклад, $0{,}001 = 1 \cdot 10^{-3}$; $0{,}000172 = 1{,}72 \cdot 10^{-4}$; $1328 = 1{,}328 \cdot 10^3$.

Абсалютная хібнасць у канчатковым выглядзе запісваецца з адной значнай лічбай.

Напрыклад, $l = (112{,}48 \pm 0{,}02)$ см; $\Delta l = 0{,}02$ см $= 2 \cdot 10^{-2}$ см.

5. Пэўныя і няпэўныя лічбы

Рэзультаты вымярэнняў і вылічэнняў могуць змяшчаць розную колькасць значных лічбаў, сярод якіх ёсць пэўныя, няпэўныя і няправільныя.

Лічба прыбліжанага ліку лічыцца пэўнай, калі яго абсалютная хібнасць не перавышае адной адзінкі таго разраду, у якім стаіць дадзеная лічба.

Напрыклад, для вымеранай даўжыні $l = (93 \pm 2)$ мм абсалютная хібнасць $2 < 10$, значыць, лічба 9, што стаіць у разрадзе дзясяткаў, пэўная. Лічба 3 стаіць у разрадзе адзінак. Хібнасць $2 > 1$, значыць, лічба 3, што стаіць за пэўнай лічбай, з'яўляецца няпэўнай.

Яшчэ адзін прыклад. Няхай вымераная велічыня масы запісваецца так: $m = (2{,}58 \pm 0{,}04) \cdot 10^2$ кг. Абсалютная хібнасць $0{,}04 < 1$ (2 — пэўная лічба), $0{,}04 < 0{,}1$ (5 — пэўная лічба), нарэшце, $0{,}04 > 0{,}01$, значыць, лічба 8 — няпэўная.

Лічбы, якія стаяць за няпэўнай, — няправільныя. Напрыклад, у прыбліжаным ліку $17{,}45 \pm 2$ лічбы 4 і 5 — няправільныя.

Няправільныя лічбы трэба адкінуць і запісаць: 17 ± 2.

У дакладных ліках усе значныя лічбы пэўныя, а хібнасць дакладнага ліку заўсёды роўна нулю.

6. Акругленне лікаў

Дакладныя і прыбліжаныя лікі можна акругляць, г. зн. памяншаць колькасць значных лічбаў.

Пры акругленні лікаў кіруюцца наступным правілам: калі першая адкінутая лічба роўна або больш за 5, то апошняя захаваная лічба павялічваецца на адзінку, калі менш за 5, то апошняя захаваная лічба не змяняецца.

Напрыклад, акругліць да дзясятых або да трох значных лічбаў лікі:

$13{,}273 \approx 13{,}3$ (лічба, якую адкідаюць, $7 > 5$);

$13{,}253 \approx 13{,}3$ (лічба, якую адкідаюць, 5);

$13{,}233 \approx 13{,}2$ (лічба, якую адкідаюць, $3 < 5$);

$83\ 128 \approx 83\ 100 = 8{,}31 \cdot 10^4$ $(2 < 5)$.

Абсалютную хібнасць акругляюць з лішкам да адной значнай лічбы. Напрыклад, $l = (62 \pm 2{,}4)$ мм трэба запісаць: $l = (62 \pm 3)$ мм.

7. Матэматычныя аперацыі з прыбліжанымі лікамі

а) Складанне і адніманне

Пры складанні і адніманні прыбліжаных лікаў у рэзультаце трэба пакідаць столькі дзесятковых знакаў, колькі іх у ліку з найменшай колькасцю дзесятковых знакаў.

Напрыклад:

$$\begin{array}{r} 4{,}87 \\ +2{,}3 \\ 0{,}482 \\ \hline 7{,}652 \approx 7{,}7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 102{,}328 \\ -\ 7{,}21 \\ \hline 95{,}118 \approx 95{,}1 \end{array}$$

б) Множанне і дзяленне

Пры множанні і дзяленні прыбліжаных лікаў у рэзультаце трэба захаваць столькі значных лічбаў, колькі значных лічбаў у зыходным з найменшай іх колькасцю.

Напрыклад:

$35{,}2 \cdot 0{,}24 = 8{,}448 \approx 8{,}4$;

$87{,}6779 : 7{,}1 = 12{,}349 \approx 12$.

в) Узвядзенне ў ступень і здабыванне кораня

Пры ўзвядзенні ў ступень прыбліжанага ліку ў рэзультаце трэба захаваць столькі значных лічбаў, колькі пэўных значных лічбаў мае лік, што ўзводзяць у ступень:

$$0{,}37^2 = 0{,}1369 \approx 0{,}14.$$

Пры здабыванні кораня з прыбліжанага ліку ў рэзультаце захоўваецца столькі значных лічбаў, колькі пэўных значных лічбаў мае падкарэнны лік:

$$\sqrt{3{,}0} = 1{,}73205... \approx 1{,}7;$$
$$\sqrt{81} = 9{,}0;$$
$$\sqrt[3]{64} = 4{,}0.$$

г) Вылічэнне трыганаметрычнай функцыі

Пры вылічэнні трыганаметрычнай функцыі ($\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\alpha$, $\mathrm{ctg}\alpha$), калі значэнне вугла α зададзена з дакладнасцю да 1°, у значэнні трыганаметрычнай функцыі трэба захаваць дзве значныя лічбы.

Напрыклад,

$$\sin 23° \approx 0{,}39; \ \mathrm{tg}30° \approx 0{,}53.$$

8. Ацэнка хібнасцей прамых вымярэнняў метадам цаны дзялення

Недасканаласць школьных вымяральных прыбораў прыводзіць да таго, што паўторныя вымярэнні даюць адзін і той жа рэзультат. Напрыклад, мернай стужкай вымяраюць даўжыню жолаба, і ва ўсіх трох вымярэннях атрымліваецца рэзультат 62 см.

У такім выпадку:

1) дастаткова трох паўторных вымярэнняў;

2) прыбліжанае значэнне вымяраемай велічыні

$$l_{\text{вым}} = \langle l \rangle = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{3}$$

роўна любому з трох значэнняў;

3) абсалютную хібнасць лічаць роўнай цане дзялення шкалы прыбора $\Delta l = 1$ см. Адказ вымярэння трэба запісаць у выглядзе $l = (62 \pm 1)$ см.

9. Метад падліку лічбаў (МПЛ)

Метад падліку лічбаў (МПЛ) выкарыстоўваецца для апрацоўкі рэзультатаў ускосных вымярэнняў, тады як метад цаны дзялення — для прамых вымярэнняў.

Пры апрацоўцы рэзультатаў вымярэнняў МПЛ неабходна выконваць наступныя правілы:

1. Рэзультаты ўсіх прамых вымярэнняў запісаць у табліцу, пакідаючы толькі пэўныя лічбы (часам для павышэння дакладнасці канчатковага адказу пакідаюць адну няпэўную лічбу).

2. Усе вылічэнні выконваць па правілах правядзення матэматычных аперацый над прыбліжанымі лікамі (п. 7). Гэтыя правілы называюць *правіламі падліку лічбаў*.

3. Хібнасць рэзультату непасрэдна не вылічваюць. Рэзультат вымярэння пры МПЛ запісваюць без паказання хібнасці.

Адказы да практыкаванняў

Практыкаванне 2

3. $\Delta r_{1x} = 6$; $\Delta r_{1y} = 3$; $\Delta r_{2x} = 1$; $\Delta r_{2y} = -1$; $\Delta r_x = 7$; $\Delta r_y = 2$.
4. $s = 2{,}0$ км; $\Delta r = 0{,}10$ км. **5.** $\Delta r = 32$ м; $\Delta r_{\text{вер}} = 30$ м; $\Delta r_{\text{гар}} = 10$ м.
6. $s_1 = 9{,}4$ см; $\Delta r_1 = 8{,}5$ см; $s_2 = 19$ см; $\Delta r_2 = 12$ см; $s_3 = 38$ см; $\Delta r_3 = 0$; $s_4 = 75$ см; $\Delta r_4 = 0$.

Практыкаванне 3

4. $s = 90$ м; $\Delta r = 36$ м; $t = 9{,}0$ с. **5.** $l_1 = 45$ км; $l_2 = 36$ км; $l_{12} = 81$ км.
6. $l_{12} = 5{,}0$ км; $s_1 = s_2 = 3{,}5$ км. **7.** $x_0 = 5{,}0$ км; $x_1 = 725$ км; $v = 720\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $s = \Delta r = 240$ км.
8. $x_0 = 5{,}0$ км; $x_1 = -715$ км; $v = 720\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $s = \Delta r = 240$ км. **9.** $v = 36\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$.

Практыкаванне 4

2. $\Delta r = 0$; $s = 180$ км. **3.** $s_1 = 1{,}0$ км; $s_2 = 0{,}25$ км; $s_3 = 0{,}13$ км; $\Delta r_1 = 1{,}0$ км; $\Delta r_2 = -0{,}25$ км; $\Delta r_3 = 0{,}13$ км.
4. $x_{01} = 6{,}0$ км; $x_{02} = -6{,}0$ км; $v_{1x} = 24\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $v_{2x} = 60\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $t = 20$ мін.
5. $x_{\text{п}} = A_1 + B_1(t - t_0)$, дзе $A_1 = -0{,}80$ км, $B_1 = 3{,}6\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $\Delta r_{\text{п}} = 1{,}2$ км; $x_{\text{в}} = A_2 + B_2(t - t_0)$, дзе $A_2 = 1{,}6$ км, $B_2 = -12\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $\Delta r_{\text{в}} = 4{,}0$ км; $t_0 = 3$ г 10 мін. **6.** $v_{1x} = 2{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_{2x} = -20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_{3x} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$;
$x_{01} = x_{02} = 10$ м; $x_{03} = -20$ м; $l_{12} = 0$; $l_{13} = l_{23} = 30$ м; $l'_{12} = 113$ м; $l'_{13} = 7{,}5$ м; $l'_{23} = 120$ м.

Практыкаванне 5

1. $\langle v \rangle = 4{,}0\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $\langle v_1 \rangle = 5{,}0\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $\langle v_2 \rangle = 0$; $\langle v_3 \rangle = 4{,}0\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$.
3. $\frac{v_{1x}}{v_{2x}} = \frac{5}{3}$. **4.** $\langle v \rangle = 0{,}14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $|\langle \vec{v} \rangle| = 0{,}10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **5.** $s = 0{,}94$ км; $\Delta r = 0{,}12$ км; $|\langle \vec{v} \rangle| = 0{,}20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\langle v \rangle = 1{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
6. $v_2 = 50\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. **7.** $\langle v \rangle = 48\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$.

Практыкаванне 6

5. $2{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \leqslant v \leqslant 5{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **6.** $v = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\Delta r = 45$ км. **7.** а) $v = 5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\Delta r = 9$ км; б) $v = 18\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\Delta r = 32$ км.
8. $\Delta r_{\text{пл}} = 0$; $\Delta r_{\text{б}} = 60$ м; $v = 3{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **9.** $\alpha = 30°$; $t = 1{,}9$ мін; $v_{\text{б}} = 0{,}87\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **11.** $t = 23$ с.

Практыкаванне 7

2. $t_1 = t_2 = 2{,}4$ с. **6.** $t = 10$ с. **7.** $a = 75\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$; $v_0 = 90\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_{1x} = 45\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_{2x} = -45\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $t_{\text{п}} = 1{,}2$ с.
8. $a_{1x} = -0{,}1\ \frac{\text{км}}{\text{мін}^2}$; $a_{2x} = 0{,}03\ \frac{\text{км}}{\text{мін}^2}$; $v_{1x} = v_{2x} = 0{,}1\ \frac{\text{км}}{\text{мін}}$; $t_1 = 4$ мін; $\Delta r_1 = 0{,}8$ км.

Практыкаванне 8

2. $a = 0{,}33\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $s = 0{,}60$ км. **3.** $v_x = 22\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $\Delta r_x = 96$ см. **4.** $\frac{s_A(4\text{ с})}{s_B(4\text{ с})} = \frac{20}{11}$; $\frac{s_A(8\text{ с})}{s_B(8\text{ с})} = \frac{8}{7}$;
$x_A = A_1 t + B_1 t^2$, дзе $A_1 = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B_1 = -1{,}25\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $x_B = A_2 t + B_2 t^2$, дзе $A_2 = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B_2 = 0{,}94\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
6. $s_1 = \Delta r_1 = y_1 = 15$ м; $s_2 = \Delta r_2 = y_2 = 20$ м; $s_3 = 25$ м; $\Delta r_3 = y_3 = 15$ м.

Практыкаванне 9

4. $\frac{s_{AB}}{\Delta r_{AB}} \approx 1{,}1$; $\frac{s_{AC}}{\Delta r_{AC}} \approx 1{,}6$. **5.** $\omega = 1{,}6\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\nu = 0{,}25\ \text{с}^{-1}$; $T = 4{,}0$ с.
6. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$. **7.** $T = 0{,}10$ с; $\omega = 63\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 13\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **8.** $T_г = 12$ г; $T_м = 1$ г; $T_с = 1$ мін;
$\nu_г = \frac{1}{12}\ \text{г}^{-1}$; $\nu_м = 1\ \text{г}^{-1}$; $\nu_с = \frac{1}{60}\ \text{с}^{-1}$; $\omega_г = \frac{\pi}{6}\ \frac{\text{рад}}{\text{г}}$; $\omega_м = 2\pi\ \frac{\text{рад}}{\text{г}}$; $\omega_с = \frac{\pi}{30}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.
9. $\omega = 2{,}0 \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 30\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Практыкаванне 10

1. $\omega = 0{,}63\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 3{,}14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $a = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. **2.** $\omega = 0{,}71\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 4{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $s = 0{,}10$ км; $\Delta r = 13$ м.
3. $\frac{v_м}{v_г} = 16$; $\frac{a_м}{a_г} = 188$. **5.** $v = 12\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **6.** а) $v = 465\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $a = 0{,}034\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; б) $v = 233\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $a = 0{,}017\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
7. $h = 58$ м.

Практыкаванне 11

3. $F_A = F_B = 1{,}0$ Н; а) $F_A = F_B = 0{,}71$ Н; б) $F_A = F_B = 0{,}58$ Н; в) $F_A = F_B = 0{,}50$ Н.
4. $V = 0{,}23\ \text{дм}^3$. **8.** $F = 0{,}10$ кН. **9.** $m_{лін} < 40$ г.

Практыкаванне 12

3. Так; $m_3 = m_М = 0{,}27$ кг; $\rho_3 = \rho_М = 2{,}7\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. **4.** $m_1 = 500$ г; $m_2 = 125$ г. **5.** $m = 240$ г.

Практыкаванне 13

4. $a = 3{,}3\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $v = 2{,}3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **5.** $F_{max} = 24{,}6$ Н. **6.** $a = 5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. **7.** $a = 7{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $F_{ціску} = 36$ Н.

Практыкаванне 15

3. а) $F_1 = 174$ Н; б) $F_2 = 87$ Н. **4.** $\Delta l = 4{,}0$ мм. **6.** $\frac{k_1}{k_2} = \frac{3}{7}$. **7.** а) $k = 75\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$; б) $k = 300\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Практыкаванне 16

6. $F_{макс.\ тр.\ спак} = 3{,}0$ Н; $\mu_{спак} = 0{,}58$. **7.** $m = 2{,}0$ кг. **8.** $t = 2{,}5$ с. **9.** $\mu_{min} = 0{,}4$. **10.** $h < 1{,}5$ м.

Практыкаванне 17

1. $h_1 = 15$ м; $t_1 = 2{,}0$ с; $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 72\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. **2.** $v = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $h = 5$ м. **3.** $t_1 = 1{,}2$ с; $t_2 = 1{,}4$ с; $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
4. $l = 20$ см. **5.** $h = 20$ м; $l = 6{,}0$ м. **7.** $\alpha_1 = 39°$; $\alpha_2 = 51°$. **9.** $L = 21\sqrt{3}$ м ≈ 36 м.

Практыкаванне 18

3. $x_C = 10$ см (ад цэнтра шара *2*). **4.** $x_C = 2{,}3$ см (ад цэнтра меднай часткі). **5.** $\alpha_1 = 45°$; $\alpha_2 = 35°$; $\alpha_3 = 60°$. **7.** $x = \frac{R}{6}$.

Практыкаванне 19

4. $g_h = 1,1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. **5.** $h = 4,7 \cdot 10^6$ м. **6.** $T = 93$ мін. **7.** $M = 6,4 \cdot 10^{23}$ кг.

Практыкаванне 20

1. $a = 1,0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ (уверх). **2.** $a = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
3. $P = 31$ кН. **4.** $P = 49$ кН. **5.** $P = 1,8$ кН; $Q = 2,6$. **6.** $m = 3,0$ кг.

Практыкаванне 21

3. $\Delta p_1 = \sqrt{2}mv$; $\Delta p_2 = 2mv$; $\Delta p_3 = 0$. **4.** $\Delta p = 1,6 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Практыкаванне 22

3. а) $v_1' = 1,3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; б) $v_1' = -0,3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (у процілеглым напрамку); в) $v_1' = 2,9\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2' = 5,3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
4. $l = 1,0$ м. **5.** $v_3 = 300\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Практыкаванне 23

3. $\alpha = 30°$. **4.** $A = 0,12$ Дж. **5.** $A = 15$ Дж. **6.** $m = 1,0 \cdot 10^6$ кг; $A = -200$ МДж. **7.** $A = 0,6$ кДж.
9. $A = 0,22$ МДж; $P = 1,6$ кВт. **10.** $A = 6,4$ кДж; $P = 1,8$ кВт.

Практыкаванне 24

2. $A = 90$ Дж. **3.** $k = 100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. **4.** $A = 1,6$ Дж.

Практыкаванне 25

3. $A = -0,8$ кДж. **4.** $E_\text{к} = 40$ Дж. **5.** $m = 0,10$ кг.

Практыкаванне 26

3. $E_\text{к} = 0,15$ МДж. **4.** $m = 0,1$ кг; $A = 2,4$ Дж. **5.** $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $E_\text{к} = 80$ Дж; $E_\text{п} = 40$ Дж. **6.** $\Delta E_\text{п} = 12$ Дж.
7. $E_\text{п} = 50$ мДж; $A = 18$ мДж. **8.** $v_{max} = 1,1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **9.** $\alpha = 60°$. **10.** $l = 23$ м. **11.** 0,5. **12.** $m' = 180$ г.
13. $v_1' = 2,0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\Delta E_\text{унутр} = 36$ Дж; $\langle F \rangle = 600$ Н.

ЗМЕСТ

Раздзел 3. ЗАКОНЫ ЗАХАВАННЯ

Раздзел 4. ЛАБАРАТОРНЫ ЭКСПЕРЫМЕНТ

Вучэбнае выданне

Ісачанкава Ларыса Арцёмаўна
Пальчык Генадзь Уладзіміравіч
Сакольскі Анатоль Аляксеевіч

ФІЗІКА

Падручнік для 9 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

2-е выданне, перапрацаванае

Заг. рэдакцыі *В. Г. Бехціна*. Рэдактар *Л. В. Грынкевіч*. Афармленне *А. Г. Дашкевіч*. Мастацкі рэдактар *А. П. Пратасеня*. Тэхнічны рэдактар *І. І. Дуброўская*. Камп'ютарная вёрстка *Г. А. Дудко, Л. І. Шэўко, Т. В. Свірыдзенка*. Карэктары *В. С. Бабеня, А. П. Тхір, Г. В. Алешка*.

Падпісана ў друк 24.04.2015. Фармат $70\times90^{1}/_{16}$. Папера афсетная. Гарнітура літаратурная. Друк афсетны. Умоўн. друк. арк. 16,38 + 0,29. Ул.-выд. арк. 13,51 + 0,29. Тыраж 18 300 экз. Заказ .

Выдавецкае рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства «Народная асвета» Міністэрства інфармацыі Рэспублікі Беларусь. Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы, распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 1/2 ад 08.07.2013. Пр. Пераможцаў, 11, 220004, Мінск, Рэспубліка Беларусь.

ААТ «Паліграфкамбінат імя Я. Коласа». Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы, распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 2/3 ад 04.10.2013. Вул. Каржанеўскага, 20, 220024, Мінск, Рэспубліка Беларусь.

Ісачанкава, Л. А.

И85 Фізіка : падруч. для 9-га кл. устаноў агул. сярэд. адукацыі з беларус. мовай навучання / Л. А. Ісачанкава, Г. У. Пальчык, А. А. Сакольскі ; пад рэд. А. А. Сакольскага ; пер. з рус. мовы Н. Г. Ляўчук.— 2-е выд., перапрац. — Мінск : Народная асвета, 2015. — 221 с. : іл.

ISBN 978-985-03-2402-3.

Папярэдняе выданне выйшла ў 2010 годзе.

УДК 53(075.3=161.3)
ББК 22.3я721

____
(Назва і нумар установы адукацыі)

Навучальны год	Імя і прозвішча навучэнца	Стан падручніка пры атрыманні	Ацэнка навучэнцу за карыстанне падручнікам
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			